Eine moderne Axiomatik der euklidischen Geometrie findet man zum Beispiel in dem Buch "Einführung in die Geometrie" von Helmut Karzel, Kay Sörensen und Dirk Windelberg, Vandenhoeck & Ruprecht in Göttingen, 1973. Es werden schrittweise weitere Axiome eingeführt und die dadurch beschriebenen Strukturen immer spezieller. Einige der Axiome lauten so:

Es seien P eine Menge, deren Elemente wir **Punkte**, und $\mathfrak{G}$ eine Teilmenge der Potenzmenge von P, deren Elemente wir **Geraden** nennen. Das Paar (P, $\mathfrak{G}$) heißt **Inzidenzraum**, wenn folgende Axiome gelten:

I 1 Zu $x, y \in P$ mit $x \neq y$ gibt es genau ein $G \in \mathfrak{G}$ mit $x, y \in G$.

I 2 Für alle $G \in \mathfrak{G}$ gilt $|G| \geq 2$.

Ein Inzidenzraum $(E, \mathfrak{G})$ heißt **affine Ebene**, wenn gilt:

E 1 Es gibt drei nicht-kollineare Punkte.

P (Parallelenaxiom) Zu jedem Paar $(x, G) \in E \times \mathfrak{G}$ mit $x \notin G$ gibt es genau ein $H \in \mathfrak{G}$ mit $x \in H$ und $G \cap H = \emptyset$.

Eine affine Ebene $(E, \mathfrak{G})$ heißt **desarguesch**, wenn in ihr das **affine Axiom von Desargues AD** erfüllt ist:

AD Es seien G_1, G_2, G_3 drei verschiedene Geraden, die mit einem Punkt z inzidieren. Für $i \in \{1, 2, 3\}$ seien a_i, b_i sechs verschiedene Punkte mit $a_i, b_i \in G_i$. Dann folgt aus $\overline{a_1, a_2} || \overline{b_1, b_2}$ und $\overline{a_2, a_3} || \overline{b_2, b_3}$ auch $\overline{a_1, a_3} || \overline{b_1, b_3}$.

Eine affine Ebene $E, \mathfrak{G})$ heißt **pappussch**, wenn sie dem **affinen Axiom von Pappus AP** genügt:

AP Es seien G_1, G_2 zwei verschiedene Geraden und $a_1, a_2, \ldots, a_6$ sechs verschiedene Punkte mit $a_1, a_3, a_5 \in G_1 \setminus G_2$ und $a_2, a_4, a_6 \in G_2 \setminus G_1$. Dann folgt aus $\overline{a_1, a_2} || \overline{a_4, a_5}$ und $\overline{a_2, a_3} || \overline{a_5, a_6}$ auch $\overline{a_3, a_4} || \overline{a_6, a_1}$.

Ein Inzidenzraum $(P, \mathfrak{G})$ heißt **affiner Raum**, wenn jede Ebene von $(P, \mathfrak{G})$ eine affine Ebene ist und wenn $||$ transitiv ist.

Es sei M eine Menge und $M^{3'} := \{(x,y,z) \in M^3 : x \neq y, z\}$.

Eine Abbildung

$$(|,) : \left\{ \begin{array}{l} M^{3'} \to \{1,-1\} \\ (x,y,z) \to (x|y,z) \end{array} \right\}.$$

heißt **Zwischenrelation**, wenn die drei folgenden Aussagen gelten:

(Z1) $(a|b,c) = (a|c,b)$ für alle $(a,b,c) \in M^{3'}$.

(Z2) $(a|b,c)(a|c,d) = (a|b,d)$ für alle $a,b,c,d \in M$ mit $a \neq b,c,d$.

(Z3) Für drei verschiedene Elemente $a,b,c \in M$ ist genau einer der Werte $(a|b,c),(b|c,a)$ oder $(c|a,b)$ gleich -1. Man sagt c liegt zwischen a und b, wenn $(c|a,b) = -1$ ist.

Soweit der Wortlaut von Axiomen nach Karzel / Sörensen / Windelberg.

Es werden dann **angeordnete Ebenen** definiert und **Kongruenzaxiome** eingeführt. Alle Sätze, die man damit beweisen kann, gehören zur **absoluten Geometrie**.

Nimmt man in der ebenen Geometrie das **Parallelenaxiom P** hinzu,

P Zu jedem Paar $(x, G) \in E \times \mathfrak{G}$ mit $x \notin G$ gibt es genau ein $H \in \mathfrak{G}$ mit $x \in H$ und $G \cap H = \emptyset$.

so kommt man zur **euklidischen Geometrie**,

nimmt man hingegen

$\neg$ **P** Es gibt $G, H_1, H_2 \in \mathfrak{G}$ und $p \in E \setminus G$ mit $H_1 \cap H_2 = p$ und $H_1 \cap G = H_2 \cap G = \emptyset$.

hinzu, so kommt man zur **hyperbolischen Geometrie**.