Technische Universität München
Zentrum Mathematik
Prof. J. Hartl, Dr. H. Vogel

WS 2014/15
Blatt 6

# Geometrie für das Lehramt an beruflichen Schulen

## Tutoraufgaben:

**T14.** ***Konstruktive DV-Übertragung***

Auf einer Geraden $g$ sei durch vier verschiedene Punkte $A$, $B$, $C$, $D$ ein Doppelverhältnis $DV(A,B,C,D)$ gegeben. Ferner seien $A'$, $B'$, $C'$ drei verschiedene Punkte auf einer Geraden $g'$.

Konstruieren Sie den Punkt $D' \in g'$ so, dass $DV(A',B',C',D') = DV(A,B,C,D)$.

**T15.**

a) In einer projektiv erweiterten euklidischen Ebene gebe man in homogenen Koordinaten $\vec{x} = (x_0, x_1, x_2)^T$ eine Gleichung der Geraden durch die beiden Punkte $P(\vec{p})$ und $Q(\vec{q})$ an.

b) Zeigen Sie, dass diese Gleichung gegeben ist durch

$$\vec{u}^T \vec{x} = 0$$

und bestimmen Sie $\vec{u}$ in Abhängigkeit von $\vec{p}$ und $\vec{q}$.

**T16.** Gegeben sei bezüglich homogener Koordinaten im 3-dimensionalen projektiv erweiterten euklidischen Raum $P^3$ eine Ebene $\varepsilon$ durch ihre Gleichung

$$\vec{u}^T \vec{x} = 0$$

sowie ein Punkt $Z(\vec{z}) \in P^3 \setminus \varepsilon$.

**a)** Beschreiben Sie die Zentralprojektion aus dem Zentrum $Z$ auf die Ebene $\varepsilon$, die jedem Punkt $X(\vec{x}) \in P^3 \setminus \{Z\}$ einen Bildpunkt $Y(\vec{y}) \in \varepsilon$ zuordnet, durch eine Gleichung der Gestalt

$$\vec{y} = f(\vec{x}) = A\vec{x}$$

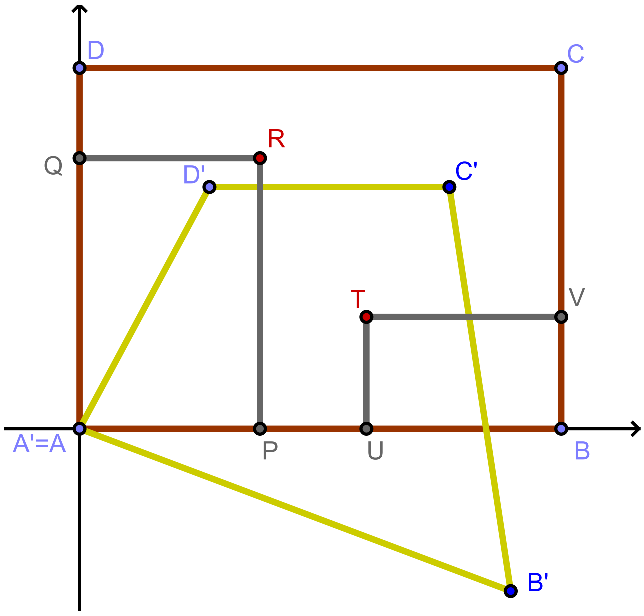
mit einer $(4,4)$-Matrix $A$, die nicht von $\vec{x}$ abhängt. Bestimmen Sie dabei die Matrix $A$ möglichst ohne Divisionen.

**b)** Was ist $A\vec{z}$ ?

**c)** Was ist $A\vec{x}$, wenn $X \in \varepsilon$ ?

**Hausaufgaben:**

**H13.** Gegeben seien der Grundriss eines rechteckigen Raumes mit den Grundrissen eines Bettes $APRQ$ und eines Schreibtisches $BVTU$ sowie das projektiv verzerrte Bild $A'B'C'D'$ des Grundrisses.




Konstruieren Sie

a) Die Bilder der Mittelpunkte $M_x$, $M_y$ der Seiten $AB$, $AD$.

b) Mit Hilfe der DV-Übertragung (vgl. T14) die Bilder $R'$ sowie $T'$ von $R$ und $T$ und damit die Bilder der Grundrisse des Bettes und des Schreibtisches.

***Hinweis:*** Wie erhält man den Bildpunkt $E'$ des Diagonalenschnittpunkts $E$ des Rechtecks $ABCD$ ? Vergrößerte Zeichenangabe auf dem Beiblatt !

**H14.** Im projektiv erweiterten euklidischen Raum $P^3$ seien durch die homogenen Koordinaten $\vec{a} = (1, 2, 0, 1)^T, \vec{b} = (0, 1, 2, 1)^T, \vec{c} = (1, 0, 2, 1)^T, \vec{z} = (0, 1, 2, 0)^T, \vec{x} = (1, 0, 0, 1)^T$ fünf Punkte $A(\vec{a}), B(\vec{b}), C(\vec{c}), Z(\vec{z})$ und $X(\vec{x})$ gegeben.

a) Bestimmen Sie die homogene Gleichung der Ebene $\varepsilon = ABC$.

b) Zeigen Sie, dass der Punkt $Z(\vec{z})$ nicht in der Ebene $\varepsilon$ liegt.

c) Bestimmen Sie die Gleichung $\vec{y} = M\vec{x}$ der Zentralprojektion aus dem Zentrum $Z(\vec{z})$ auf die Ebene $\varepsilon$.

d) Bestimmen Sie die homogenen Koordinaten $\vec{y}$ des Bildpunktes $Y(\vec{y})$ von $X(\vec{x})$ unter dieser Zentralprojektion.

**Abgabetermin:** Montag, 24. November 2014, in der Vorlesung

Zeichenangabe zu H13: