

Geometrie für das Lehramt an beruflichen Schulen

Tutoraufgaben:

T26. Auf welcher Kurve liegen die Mittelpunkte der Krümmungskreise ("Evolute") der durch $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} \cos t + t \sin t \\ \sin t - t \cos t \end{pmatrix}$, $t > 0$ gegebenen Kurve

T27. Durch die Parameterdarstellung $\Phi \subset \mathbb{R}^3 : \vec{x}(u, v) = \begin{pmatrix} u \cos v \\ u \sin v \\ \sqrt{2} u \end{pmatrix}$, $(u, v) \in \mathbb{R}^2$ ist eine C^ω -Fläche im Raum gegeben.

- Beschreiben Sie die Parameterlinien von Φ und zeigen Sie, dass Φ eine Drehfläche ist.
- Zeigen Sie, dass $\vec{x}(u, v)$ mit $(u, v) \in G := \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid u > 0\}$ regulär ist.
Geben Sie einen Parameterbereich \tilde{G} an, so dass Φ sogar einfach ist.

Durch $(u(t), v(t)) = (e^t, t)$, $t \in \mathbb{R}$ ist eine Flächenkurve $c \subset \Phi : \vec{x}(u(t), v(t))$, $t \in \mathbb{R}$ gegeben.

- Zeigen Sie dass c eine reguläre Flächenkurve ist.
- Berechnen Sie die Bogenlänge $s(t)$ von c .

Hausaufgaben:

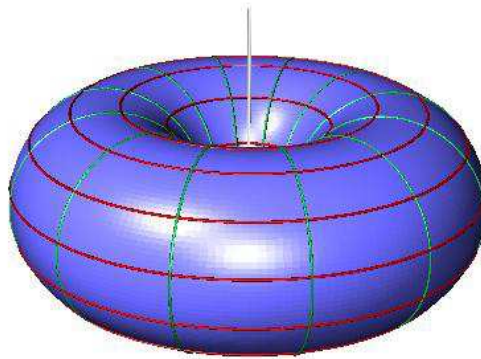
H24. Die *logarithmische Spirale* ist gegeben durch Polarkoordinaten $r(\varphi) = a e^{b\varphi}$, $\varphi \in \mathbb{R}$, $a, b > 0$.

- Berechnen Sie die Bogenlänge $s(\varphi)$ von c mit der Anfangsbedingung $s(0) = 0$.
- Zeigen Sie, dass die Kurve c die Geraden durch $O = (0, 0)$ unter konstantem Winkel schneidet.
- Zeigen Sie, dass die Evolute von c wieder eine logarithmische Spirale ist.

H25. Ein Torus entsteht im dreidimensionalen Raum \mathbb{R}^3 als Drehfläche eines Kreises $k(M, r)$ mit Mittelpunkt M und Radius $r > 0$ um eine Achse a in der Kreisebene. Der Abstand des Mittelpunkts M von der Drehachse a sei $R > 0$.

- a) Geben Sie eine Parameterdarstellung $\vec{x}(u, v)$, $(u, v) \in G \subset \mathbb{R}^2$ des Torus an.
- b) Für welche Radien r , R besitzt der Torus nur reguläre Punkte ?
- c) Geben Sie ein Parametergebiet $G \subset \mathbb{R}^2$ an, so dass durch $\vec{x}(u, v)$ der Torus als eine einfache C^ω -Fläche dargestellt ist.
- d) Bestimmen Sie die Oberfläche des Torus Φ für $R > r$.

Wie groß ist der Flächeninhalt des Teils von Φ , der bei Parallelbeleuchtung parallel zur x-Achse von rechts beleuchtet wird, wenn der Torus undurchsichtig ist.



Abgabetermin: Donnerstag, 31. Januar 2013, in der Übung