

Geometrie für das Lehramt an beruflichen Schulen

Tutoraufgaben:

T20. Ein Gebäude habe die Form eines halben Ellipsoides Q mit der Gleichung (in kartesischen xyz -Koordinaten)

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 12, \quad z \geq 0.$$

Eine Lampe (mit guter Näherung eine punktförmige Lichtquelle) sei im Punkt $P(3, 2, 7)$ angebracht. Wird durch diese Lampe der Punkt auf Q mit den Koordinaten

- a) $(0, 0, 2)$,
- b) $(0, \sqrt{6}, 0)$,
- c) $(2\sqrt{3}, 0, 0)$ beleuchtet, oder liegt er im Eigenschatten von Q ?

In welchem Punkt muss die Lichtquelle liegen, damit die 3 gegebenen Punkte auf der Eigenschattengrenze von Q liegen.

T21. Sei $\vec{s} \in \mathbb{R}^3 \setminus \{\vec{0}\}$ und S die schiefsymmetrische Matrix mit $S\vec{x} = \vec{s} \times \vec{x}$ für alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$.

- a) Man zeige, dass die Matrix $E - S$ regulär ist.
- b) Man zeige, dass die Matrix $U := (E - S)^{-1}(E + S)$ eine Drehmatrix ist.
- c) Für $U \neq E$ bestimme man die Drehachse und den Drehwinkel der zu U gehörigen Drehung.

Hausaufgaben:

H17. Bekanntlich hat in der euklidischen Ebene die Hyperbel $h : xy = \frac{1}{2}$ die Asymptoten $x = 0$ und $y = 0$.

- a) Geben Sie die Gleichung von h in homogenen Koordinaten an und betrachten Sie nun h als Kegelschnitt in der projektiv erweiterten euklidischen Ebene.
- b) Ermitteln Sie die Schnittpunkte H_1, H_2 von h mit der Ferngeraden.
- c) Ermitteln Sie jeweils eine Gleichung der Tangente g_1, g_2 von h in jedem der beiden Punkte H_1, H_2 .
- d) Vergleichen Sie g_1, g_2 mit den beiden Asymptoten.

H18. Seien A, B, C drei Punkte des Anschauungsraumes, die nicht auf einer Geraden liegen, und k eine reelle Zahl. Seien X, Y, Z diejenigen Punkte, für die gilt:

$$\overrightarrow{AX} = k \cdot \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BY} = k \cdot \overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{CZ} = k \cdot \overrightarrow{CA}.$$

Man zeige: Für die Flächen F_1 des Dreiecks ABC und F_2 des Dreiecks XYZ gilt:

$$F_2 = (3k^2 - 3k + 1) \cdot F_1.$$

Hinweis: Betrachte das Dreieck im \mathbb{R}^3 .

H19. Man bestimme die Drehachse und den Drehwinkel der durch die Matrix

$$U = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

gegebenen Drehung.

Abgabetermin: Donnerstag, 10. Januar 2013, in der Übung

**Die Klausur zu Geometrie LB findet statt am:
Mittwoch 13. Februar 2013
von 10:00-11:30 Uhr im Hörsaal 2770**