

Geometrie für das Lehramt an beruflichen Schulen

Tutoraufgaben:

T14. *Konstruktive DV-Übertragung*

Auf einer Geraden g sei durch vier verschiedene Punkte A, B, C, D ein Doppelverhältnis $DV(A, B, C, D)$ gegeben. Ferner seien A', B', C' drei verschiedene Punkte auf einer Geraden g' .

Konstruieren Sie den Punkt $D' \in g'$ so, dass $DV(A', B', C', D') = DV(A, B, C, D)$.

- T15. a) In einer projektiv erweiterten euklidischen Ebene gebe man in homogenen Koordinaten $\vec{x} = (x_0, x_1, x_2)^T$ eine Gleichung der Geraden durch die beiden Punkte $A(\vec{a})$ und $B(\vec{b})$ an.
b) Zeigen Sie, dass diese Gleichung gegeben ist durch

$$\vec{u}^T \vec{x} = 0$$

und bestimmen Sie \vec{u} in Abhängigkeit von \vec{a} und \vec{b} .

- T16. Gegeben sei bezüglich homogener Koordinaten im 3-dimensionalen projektiv erweiterten euklidischen Raum P^3 eine Ebene ε durch ihre Gleichung

$$\vec{u}^T \vec{x} = 0$$

sowie ein Punkt $Z(\vec{z}) \in P^3 \setminus \varepsilon$.

- a) Beschreiben Sie die Zentralprojektion aus dem Zentrum Z auf die Ebene ε , die jedem Punkt $X(\vec{x}) \in P^3 \setminus \{Z\}$ einen Bildpunkt $Y(\vec{y}) \in \varepsilon$ zuordnet, durch eine Gleichung der Gestalt

$$\vec{y} = f(\vec{x}) = A\vec{x}$$

mit einer $(4, 4)$ -Matrix A , die nicht von \vec{x} abhängt. Bestimmen Sie dabei die Matrix A möglichst ohne Divisionen.

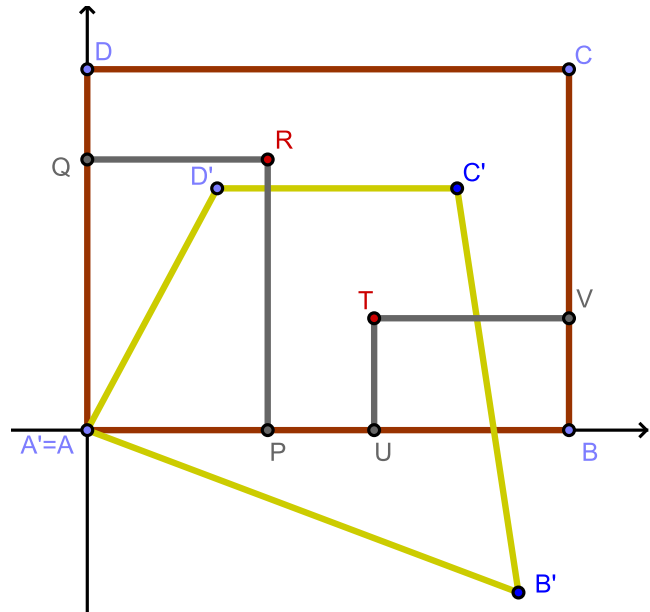
- b) Was ist $A\vec{z}$?
c) Was ist $A\vec{x}$, wenn $X \in \varepsilon$?

Hausaufgaben:

H13. Gegeben seien der Grundriss eines rechteckigen Raumes mit den Grundrissen eines Bettes $APRQ$ und eines Schreibtisches $BVTU$ sowie das projektiv verzerrte Bild $A'B'C'D'$ des Grundrisses.

Konstruieren Sie

- Die Bilder der Mittelpunkte M_x, M_y der Seiten AB, AD .
- Mit Hilfe der DV-Übertragung (vgl. T14) die Bilder R' sowie T' von R und T und damit die Bilder der Grundrisse des Bettes und des Schreibtisches.



Hinweis: Wie erhält man den Bildpunkt E' des Diagonalschnittpunkts E des Rechtecks $ABCD$? Vergrößerte Zeichenangabe auf dem Beiblatt!

H14. Im projektiv erweiterten euklidischen Raum P^3 seien durch die homogenen Koordinaten $\vec{a} = (1, 2, 0, 1)^T, \vec{b} = (0, 1, 2, 1)^T, \vec{c} = (1, 0, 2, 1)^T, \vec{z} = (0, 1, 2, 0)^T, \vec{x} = (1, 0, 0, 1)^T$ fünf Punkte $A(\vec{a}), B(\vec{b}), C(\vec{c}), Z(\vec{z})$ und $X(\vec{x})$ gegeben.

- Bestimmen Sie die homogene Gleichung der Ebene $\varepsilon = ABC$.
- Zeigen Sie, dass der Punkt $Z(\vec{z})$ nicht in der Ebene ε liegt.
- Bestimmen Sie die Gleichung $\vec{y} = M\vec{x}$ der Zentralprojektion aus dem Zentrum $Z(\vec{z})$ auf die Ebene ε .
- Bestimmen Sie die homogenen Koordinaten \vec{y} des Bildpunktes $Y(\vec{y})$ von $X(\vec{x})$ unter dieser Zentralprojektion.

Abgabetermin: Donnerstag, 13. Dezember 2012, in der Übung

Zeichenangabe zu H13:

