Bei Euklid stehen unter anderem die Sätze:

Die Volumen von Tetraedern mit gleicher Höhe verhalten sich wie die Grundflächen der Tetraeder.

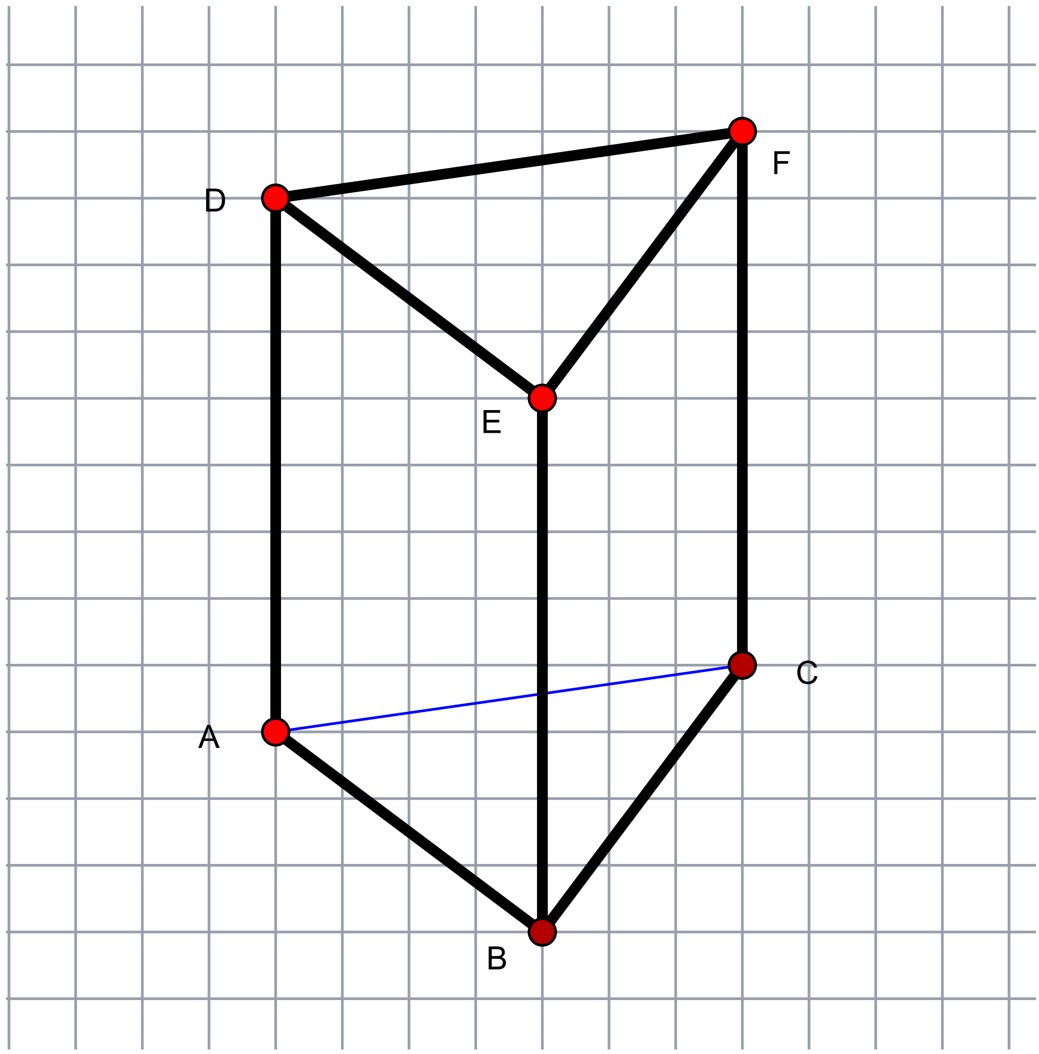
Das Volumen eines Kegels ist ein Drittel des Volumens des Zylinders mit gleicher Grundfläche und Höhe.

Hier eine einfachere Version des zweiten angegebenen Satzes:

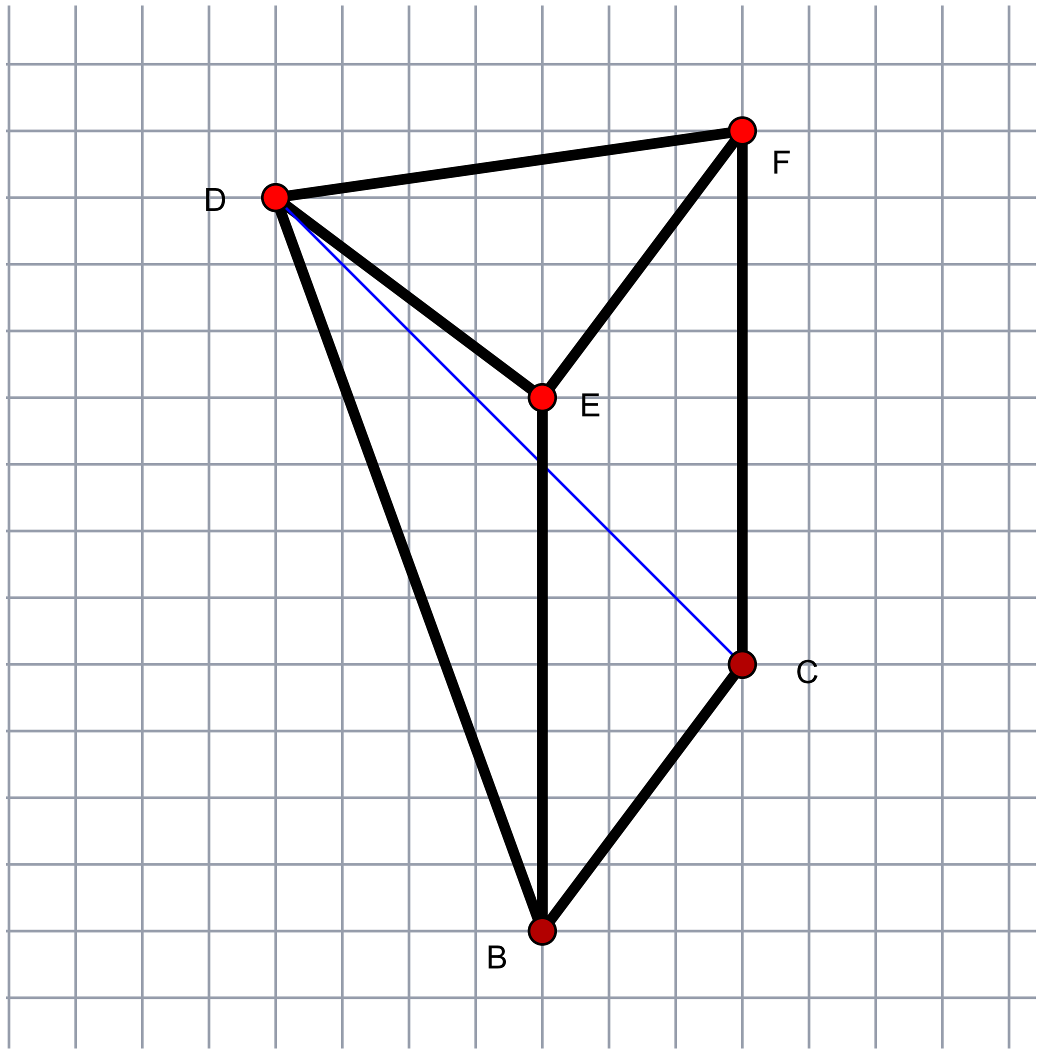
Das Volumen einer Pyramide mit dreieckiger Grundfläche ist ein Drittel des Volumens eines Prismas mit derselben Grundfläche und derselben Höhe.

Das Prisma sei begrenzt durch eine **Grundfläche** ABC und eine **Deckfläche** DEF. Die Kanten AD, BE, CF seien orthogonal zur Grundfläche und zur Deckfläche.

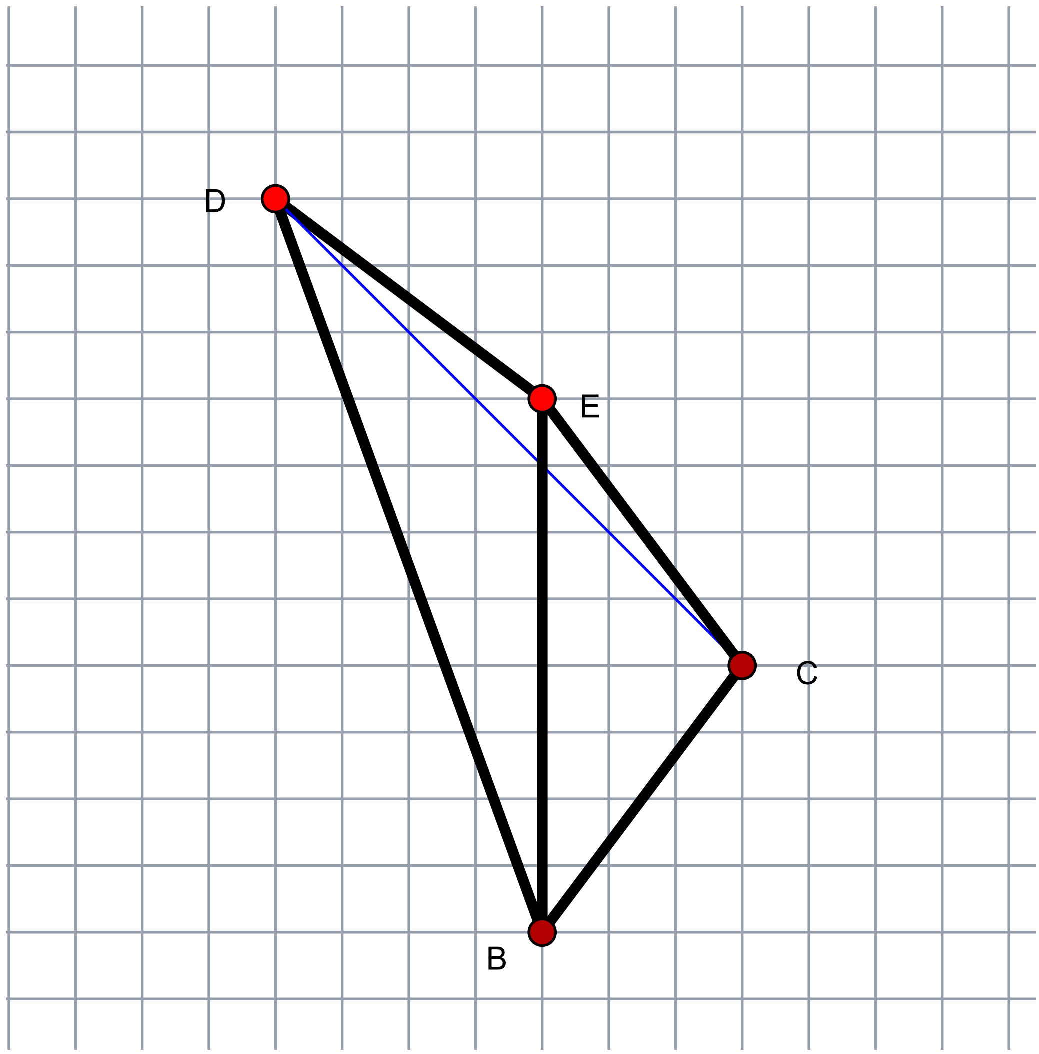
Die Dreiecke ABC und DEF sind kongruent.



Schneidet man von dem Prisma die Pyramide mit Grundfläche ABC und Spitze D weg, so bleibt ein Körper übrig, der durch ein Rechteck und drei Dreiecke begrenzt wird.

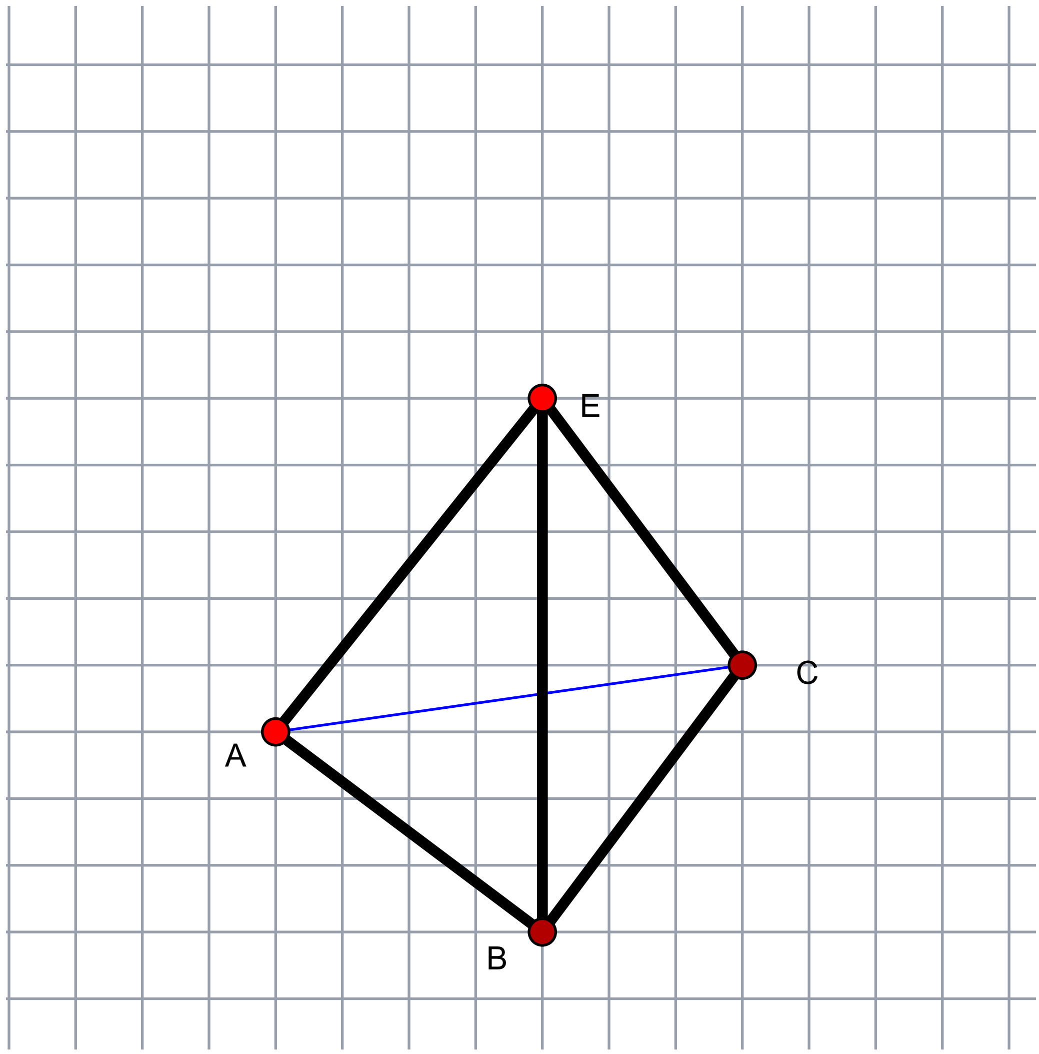


Schneidet man von diesem Körper die Pyramide mit der Grundfläche DEF und der Spitze C weg, so bleibt ein Körper übrig, der von vier Dreiecken begrenzt wird.



Wenn dieser Körper dasselbe Volumen hat wie die beiden weggeschnittenen Pyramiden, so gilt der behauptete Satz.

Man kann diesen Körper auffassen als Pyramide mit der Grundfläche BCE und der Spitze D. Dieser Körper hat dasselbe Volumen wie die Pyramide mit der Grundfläche BCE und der Spitze A.



Das ist zugleich die Pyramide mit der Grundfläche ABC und der Spitze E, und die hat dasselbe Volumen wie die Pyramide mit der Grundfläche ABC und der Spitze D.