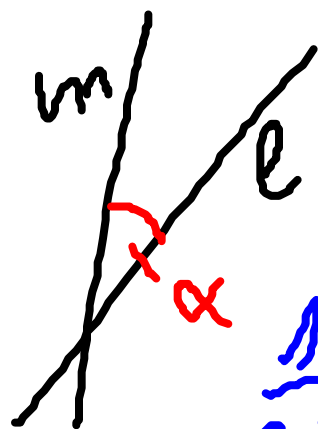


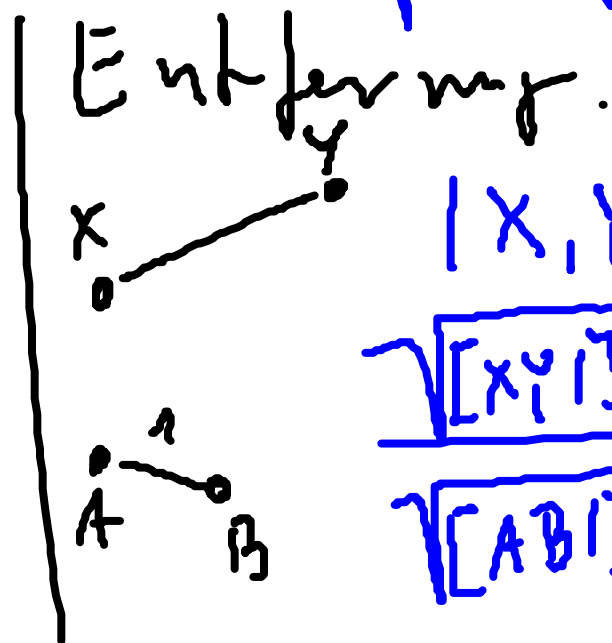
Was wir bisher gesammelt haben:

- \mathbb{RP}^2 → join, meet, Kegelschnitte, Tangenten, etc, ...
- \mathbb{CP}^1 → Kreis + Cocircularität
- $\mathbb{RP}^2 + \{1, \jmath\}$ → ↳ lebt im \mathbb{CP}^2 Euklidische Eigenschaften incl. Maßbestimmung.

Insbesondere Winkel



$$\angle(l, m) = \frac{1}{2} \ln \left((L, M; 1, \jmath) \right)$$



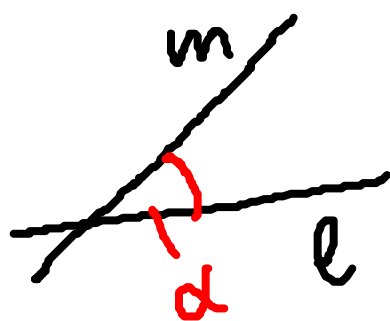
Entfernung.

$$|X, Y| = \frac{\sqrt{[XY][\overline{XY}][A][\overline{B}]}}{\sqrt{[AB][\overline{AB}][X][\overline{Y}]}}$$

Transformationen und $\{1, J\}$

Transformationen die $\{1, J\}$ als Paar invariant lassen erhalten euklidische Winkel (-beträge) und Längenverhältnisse.

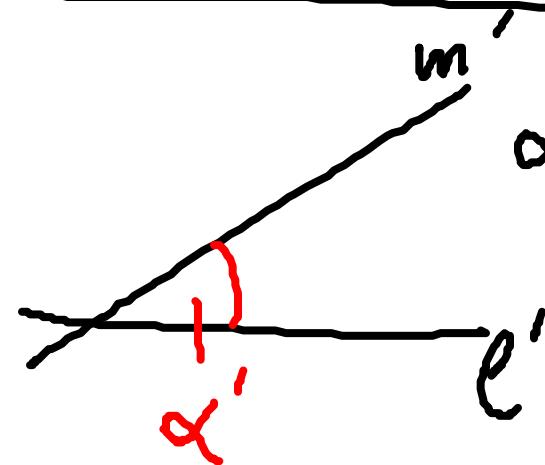
→ Das sind Ähnlichkeitstransformationen



$$\alpha = \frac{1}{2i} \ln((L, M; 1, J))$$

= wg. Inv. des DV

$$\begin{matrix} \tau \\ m \rightarrow m' \\ l \rightarrow l' \\ 1 \rightarrow 1 \\ J \rightarrow J \end{matrix}$$



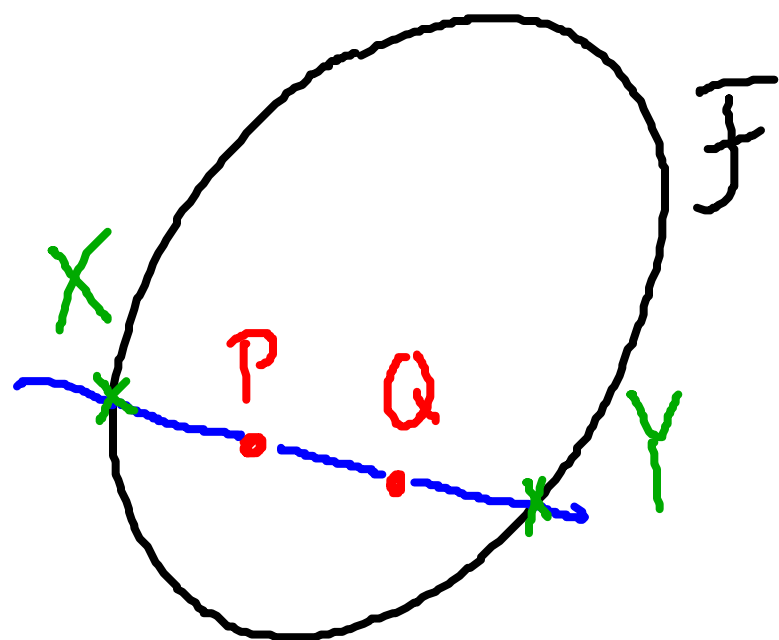
$$\alpha' = \frac{1}{2i} \ln((L', M'; 1, J))$$

$$\frac{1}{2i} (\tau(L), \tau(M); \tau(1), \tau(J))$$

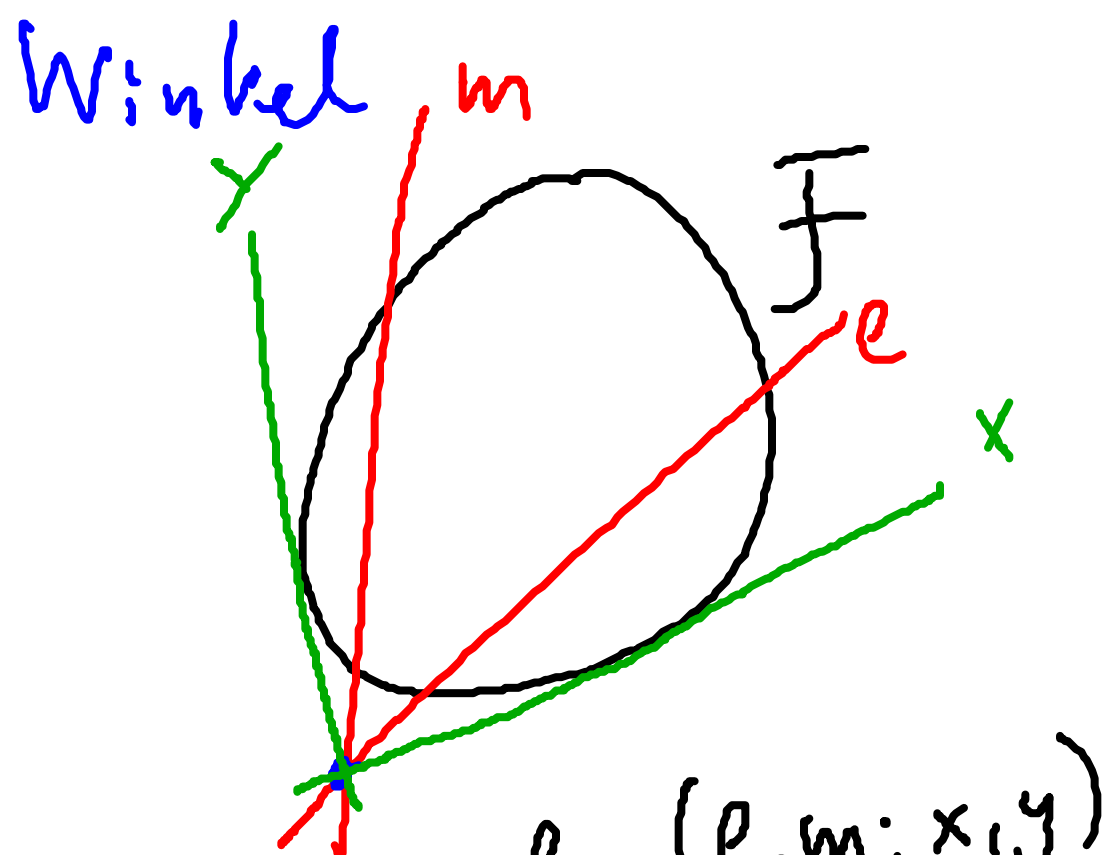
Ausblick: Cayley Klein Geometrien
 (allgemeine Proj Maßbestimmung)

Zutaten: Kegelschnitt \mathcal{F} , Zwei Konstanten
 c_{ang} , c_{dist}

Abstand:



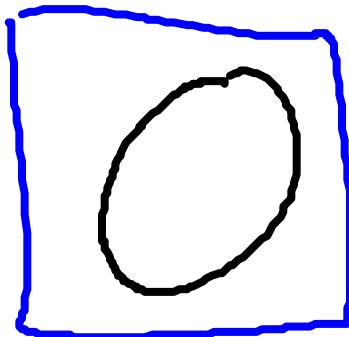
$$|PQ| := c_{dist} \cdot \ln(PQ; XY)$$



$$\angle(P, m) := c_{ang} \cdot \ln(e, m; x, y)$$

7 Typen von Kegelschnitten

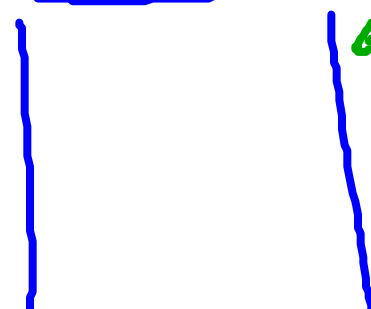
Hyperbolische Geometrie



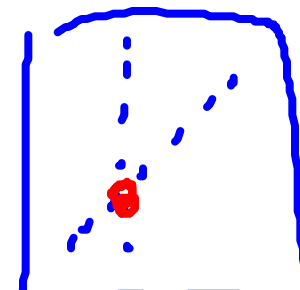
$x^2 + y^2 - z^2 = 0$ Vollst. nicht def reell

elliptische Geometrie

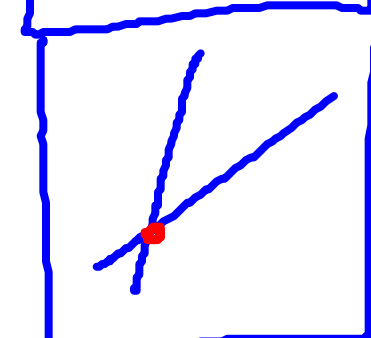
$x^2 + y^2 + z^2 = 0$ Vollst nicht def komplex



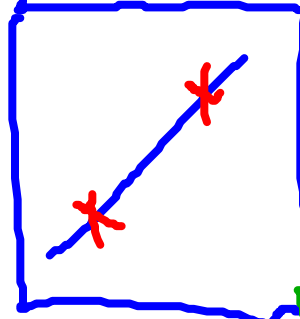
Geradenpaar reell



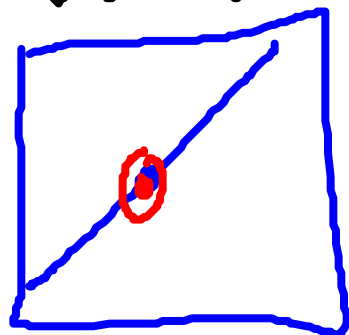
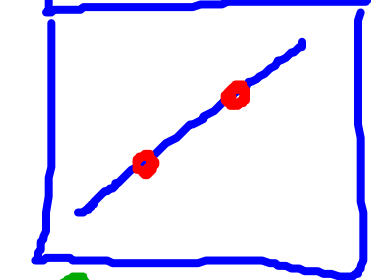
Geradenpaar komplex



Doppelgerade mit reellen Punkten



Doppelgerade mit komplexen Punkten



Doppelgerade mit Doppelpunkt

Euklidische Geometrie

Relativistische Raumzeit Geometrie