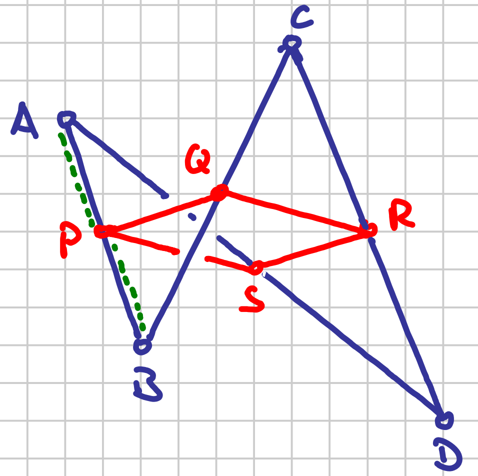
WS 2010/11 Geometrie 1 LB, Blatt 12 Hausaufgaben

Notiztitel 21.01.2011

H 24



Man beachte: Nebenstehende Figur zeigt kein überschlagenes Viereck ABCD sondern ein räumliches Viereck ABCD $\not\subset$ Ebene unter Berücksichtigung der Sichtbarkeit

P, Q, R, S Mittelpunkte von $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ $\Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{PA} = \tfrac{1}{2}\vec{BA} \\ \vec{AS} = \tfrac{1}{2}\vec{AD}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{PS} = \vec{PA} + \vec{AS} = \tfrac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{AD}) = \tfrac{1}{2}\vec{BD}$$

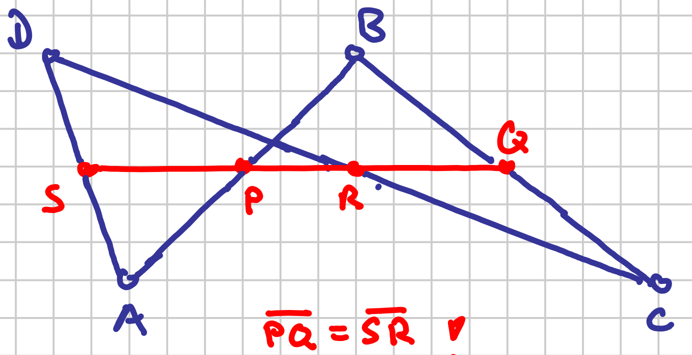
$$\left.\begin{array}{l}\vec{QC} = \tfrac{1}{2}\vec{BC} \\ \vec{CR} = \tfrac{1}{2}\vec{CD}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{QR} = \vec{QC} + \vec{CR} = \tfrac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{CD}) = \tfrac{1}{2}\vec{BD}$$

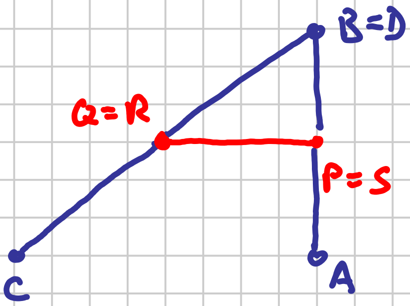
$\Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{PS} = \vec{QR} \Rightarrow$ PQRS ist ein Parallelogramm

<u>Beachte:</u> PQRS ist eine ebene Figur!

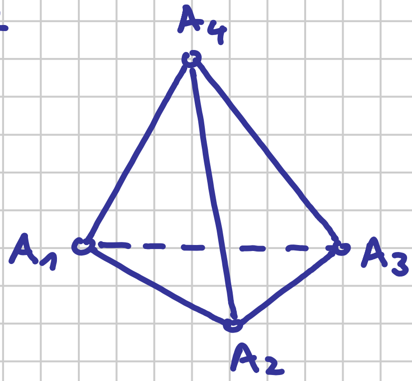
b) Gibt man sich ein Parallelogramm PQRS vor, so erhält man ausgehend von einem beliebig gewählten Punkt A durch Punktspiegelung an P den Punkt B, durch Punktspiegelung an Q den Punkt C, durch Punktspiegelung an R den Punkt D und kommt durch Punktspiegelung an S wieder zu A.





$\overline{PQ} = \overline{SR}$!

1125



Die Tetraederecken seien mit A_1, A_2, A_3, A_4 bezeichnet.

Vor: $A_1A_2 \perp A_3A_4 \wedge A_2A_3 \perp A_1A_4$

Beh: $A_1A_3 \perp A_2A_4$

Beweis:

$$\left.\begin{array}{ll}(1) & A_1A_2 \perp A_3A_4 \Leftrightarrow \overrightarrow{A_1A_2} \circ \overrightarrow{A_3A_4} = 0 \\ (2) & A_2A_3 \perp A_1A_4 \Leftrightarrow \overrightarrow{A_2A_3} \circ \overrightarrow{A_1A_4} = 0\end{array}\right\} \Rightarrow$$

Bilinearität

$$\Rightarrow \underline{\overrightarrow{A_1A_3} \circ \overrightarrow{A_2A_4}} = (\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3}) \circ (\overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_3A_4}) =$$

$$= \overrightarrow{A_1A_2} \circ \overrightarrow{A_2A_3} + \underbrace{\overrightarrow{A_1A_2} \circ \overrightarrow{A_3A_4}}_{=0 \text{ nach } (1)} + \overrightarrow{A_2A_3} \circ \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_2A_3} \circ \overrightarrow{A_3A_4} =$$

Symmetrie

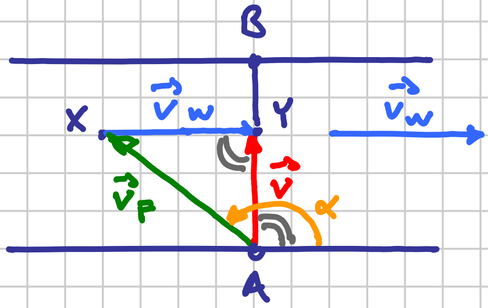
$$= \overrightarrow{A_2A_3} \circ (\underbrace{\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_3A_4}}_{= \overrightarrow{A_1A_4}}) = \overrightarrow{A_2A_3} \circ \overrightarrow{A_1A_4} \overset{(2)}{=} \underline{0}$$

Bilinearität

Vektorsumme

$$\Leftrightarrow A_1A_3 \perp A_2A_4$$

1126



Es gilt: $\vec{v} = \vec{v}_F + \vec{v}_W$

mit $|\vec{v}_F| = 5 \, m/s$

und $|\vec{v}_W| = 4 \, m/s$

mit $\vec{v} \perp \vec{v}_W \parallel$ Ufer

Pythagoras im Dreieck AXY (vgl. Skizze)

$$\Rightarrow |\vec{v}|^2 = |\vec{v}_F|^2 - |\vec{v}_W|^2 = 25 - 16 \, m^2/s^2 = 9 \, m^2/s^2$$

$$\Rightarrow |\vec{v}| = 3 \quad \Rightarrow \underline{\tan\alpha} = \frac{|\vec{v}|}{-|\vec{v}_W|} = \underline{\underline{-\frac{3}{4}}}$$