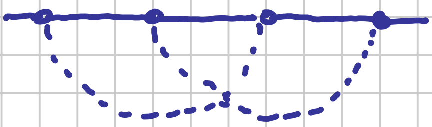
WS 2010/11 Geometrie 1 LB Übungen Blatt 2

Notiztitel 02.11.2010

Geometrie mit Seilen und Pflöcken.

Man kann:

- einen Punkt setzen durch Einschlagen eines Pflockes.
- eine Strecke ziehen durch Spannen eines Seils zwischen zwei Pflöcken (Punkten)
- einen Kreis ziehen indem man einen Pflock mit gespanntem Seil um einen Pflock herumführt.
- eine Strecke verdoppeln und durch wiederholtes Verdoppeln eine Gerade erhalten

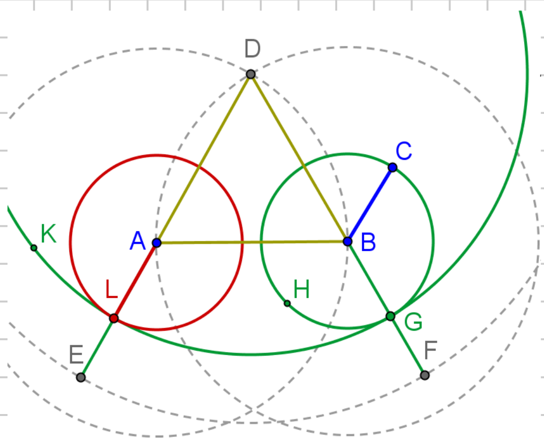


Diese handgreiflichen Gegenstände sind Repräsentanten der idealen geometrischen Objekte: Punkt, Strecke, Kreis, Gerade

T4a Uns stehen folgende Werkzeuge zur Verfügung

- Punkt setzen
- Strecke zwischen zwei Punkten ziehen
- Kreis ziehen um einen Punkt durch einen Punkt
- Schnittpunkte von Linien bestimmen.

(vgl. Werkzeuge in DGS-Programmen)



Gegeben: Punkt A und Strecke $\overline{BC}$

Gesucht: Ein Punkt L im Abstand $\overline{BC}$ von A und damit der Kreis um A mit Radius $r=|\overline{BC}|$.

Achtung: Es steht noch kein Werkzeug zur Verfügung, Kreisradien einfach abzugreifen!

Konstruktionsbeschreibung

1) Konstruiere gleichseitiges Dreieck ABD über der Strecke $\overline{AB}$; D ist ein Schnittpunkt der beiden Kreise um A durch B und um B durch A.

2) Ziehe die Strecken $\overline{AB}$, $\overline{DA}$ und $\overline{DB}$.

3) Verlängere die Strecken $\overline{DA}$ und $\overline{DB}$ um eine Strecke $\overline{AE}$; F ist Schnittpunkt des Kreises um D durch E auf DB.

4) Ziehe den Kreisbogen CGH um B durch C und bestimme den Schnittpunkt G mit der Strecke $\overline{BF}$.

5) Ziehe den Kreisbogen GLK um D durch G und bestimme den Schnittpunkt L mit der Strecke $\overline{AE}$.

Nun gilt: $|\overline{BG}|=|\overline{BC}|$ und $|\overline{DL}|=|\overline{DG}|$ sowie $|\overline{DA}|=|\overline{DB}|$

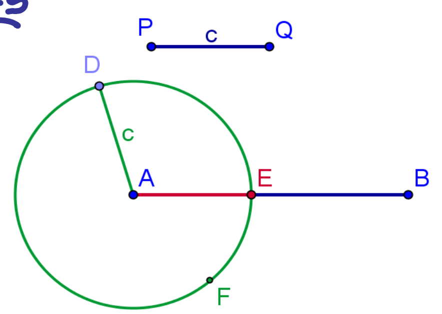
Zieht man nun von $\overline{DL}$ und $\overline{DG}$ die Strecken $\overline{DA}$ bzw $\overline{DB}$ ab, so gilt für die Reste $\overline{AL}$ und $\overline{BG}$:

$$|\overline{AL}|=|\overline{DL}|-|\overline{DA}|=|\overline{DG}|-|\overline{DB}|=|\overline{BG}| \;\wedge\; |\overline{BG}|=|\overline{BC}| \Rightarrow |\overline{AL}|=|\overline{BC}|$$

Bei DGS-Programmen kann man diese Konstruktion als Makro definieren, das bei Vorgabe von A, B, C direkt den Punkt L ausgibt.

<u>Beachte</u>: Die Strecke $\overline{AE}$ muss geeignet groß gewählt sein, da sonst der Schnittpunkt G nicht existiert.

<u>T4b</u>



<u>gegeben</u>: Strecke $\overline{AB}$ und $\overline{PQ}$ mit $|\overline{PQ}|<|\overline{AB}|$

<u>gesucht</u>: $E\in\overline{AB}$ mit $|\overline{AE}|=|\overline{PQ}|$.

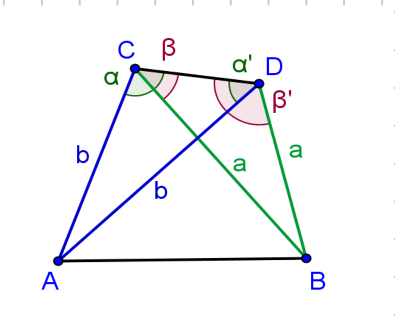
Konstruktionsbeschreibung

1) Lege nach T4a) in A die Strecke $\overline{AD}$ an mit $|\overline{AD}|=|\overline{PQ}|$.

2) Ziehe den Kreisbogen DEF um A durch D und bestimme den Schnittpunkt E mit $\overline{AB}$.

Nun gilt: $|\overline{AE}|=|\overline{AD}|$ und $|\overline{AD}|=|\overline{PQ}| \Rightarrow |\overline{AE}|=|\overline{PQ}|$.

T5



Annahme: Es gibt neben C einen weiteren Punkt $D \neq C$ auf gleicher Seite von AB mit $b = |\overline{AC}| = |\overline{AD}|$ und $a = |\overline{BC}| = |\overline{BD}|$.

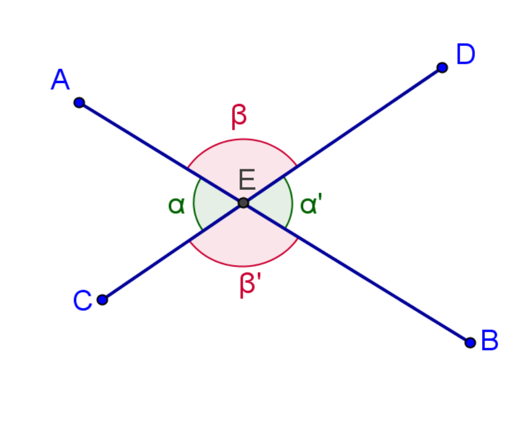
Dann ist das Dreieck ACD gleichschenklig und damit $\alpha = \sphericalangle ACD = \sphericalangle CDA = \alpha'$

Damit ist $\beta = \sphericalangle BCD < \sphericalangle ACD = \alpha$ und $\alpha' = \sphericalangle ADC < \sphericalangle BDC = \beta'$ (*)

Da auch das Dreieck BCD gleichschenklig ist, ist auch $\beta = \sphericalangle BCD = \sphericalangle BDC = \beta'$.

Nach (*) gilt aber $\beta < \alpha = \alpha' < \beta'$ ↯

T6



AE trifft CD in E

$\alpha+\beta=180°$

DE trifft AB in E

$\beta+\alpha'=180°$

=> $\alpha+\beta=\beta+\alpha'$

Nimmt man β auf beiden Seiten weg, folgt $\alpha=\alpha'$

Analog: $\beta=\beta'$