Technische Universität München
Zentrum Mathematik
Prof. J. Hartl, Dr. H. Vogel

WS 2010/11
Blatt 13

Geometrie 1 für das Lehramt an beruflichen Schulen

Tutoraufgaben:

T33. Ebenen durch den Mittelpunkt einer Kugel mit Radius r schneiden die Kugeloberfläche in sogenannten Großkreisen, also in Kreisen mit Radius r. Mit Großkreisbögen kann man auf der Kugel Dreiecke (sphärische) Dreiecke bilden, Lote fällen, usw. Dabei ist der Abstand zwischen zwei Punkten die Länge des (kleineren) Bogens auf dem Großkreis durch die beiden Punkte und der Winkel zwischen zwei Großkreisen der Schnittwinkel der Großkreisebenen.

a) Schneiden sich bei sphärischen Dreiecken die Mittelsenkrechten in einem Punkt?

b) Schneiden sich bei sphärischen Dreiecken die Winkelhalbierenden in einem Punkt?

c) Schneiden sich bei sphärischen Dreiecken die Seitenhalbierenden in einem Punkt?

d) Schneiden sich bei sphärischen Dreiecken die Höhen in einem Punkt?

Hausaufgaben:

H27. Seien A, B, C drei Punkte des Anschauungsraumes, die nicht auf einer Geraden liegen, und k eine reelle Zahl. Seien X, Y, Z diejenigen Punkte, für die gilt:

$$\overrightarrow{AX} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{XB}, \quad \overrightarrow{BY} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{YC}, \quad \overrightarrow{CZ} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{ZA}.$$

Zeigen Sie: Für die Flächen F_1 des Dreiecks ABC und F_2 des Dreiecks XYZ gilt:

$$F_2 = f \cdot F_1$$

mit einer von der Wahl der Punkte A, B, C unabhängigen Konstanten f. Wie groß ist f?

H28. Seien A, B, C drei Punkte des Anschauungsraumes, die nicht auf einer Geraden liegen, und k eine reelle Zahl. Seien X, Y, Z diejenigen Punkte, für die gilt:

$$\overrightarrow{AX} = k \cdot \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BY} = k \cdot \overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{CZ} = k \cdot \overrightarrow{CA}.$$

Man zeige: Für die Flächen F_1 des Dreiecks ABC und F_2 des Dreiecks XYZ gilt:

$$F_2 = (3k^2 - 3k + 1) \cdot F_1.$$

H29. Seien A, B, C drei Punkte des Anschauungsraumes, die nicht auf einer Geraden liegen, M_B der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AC}$, M_C der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ und S der Schnittpunkt der beiden Geraden CM_C und BM_B. Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC sei F_1, der Flächeninhalt des Vierecks AM_CSM_B sei F_2. Berechnen Sie den Quotienten

$$Q := \frac{F_2}{F_1}.$$

Abgabetermin: Mittwoch, 9. Februar 2011, in der Übung

Man darf die Aufgaben in beliebiger Reihenfolge bearbeiten und Ergebnisse der einen Aufgabe in einer anderen Aufgabe verwenden.