

## Geometrie 1 für das Lehramt an beruflichen Schulen

### Tutoraufgaben:

**T22.** Im projektiven Raum seien vier Punkte  $P(\vec{p}), Q(\vec{q}), X(\vec{x}), Y(\vec{y})$  einer Geraden  $g$  durch

$$\text{ihre homogenen Koordinaten } \vec{p} = \begin{pmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}, \vec{x} = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \vec{y} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

gegeben. Zeigen Sie, dass sich das Doppelverhältnis  $DV(P, Q, X, Y)$  berechnet als:

$$DV(P, Q, X, Y) = \frac{\begin{vmatrix} x_i & p_i \\ x_k & p_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_i & q_i \\ x_k & q_k \end{vmatrix}} : \frac{\begin{vmatrix} y_i & p_i \\ y_k & p_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_i & q_i \\ y_k & q_k \end{vmatrix}},$$

sofern auftretende Determinanten nur dann verschwinden, wenn Punkte identisch sind.

**T23.** Begründen Sie, warum in der projektiv erweiterten euklidischen Ebene  $P^2$  Kreise, Ellipsen, Hyperbeln und Parabeln zueinander projektiv sind.

### Hausaufgaben:

**H19.** Der folgende Satz sei mit S bezeichnet:

Seien  $g, h$  zwei verschiedene Geraden in einer projektiv erweiterten euklidischen Ebene  $P^2$  und  $Z \in P^2 \setminus (g \cup h)$ . Dann gilt:

Vier paarweise verschiedene Geraden  $z_1, z_2, z_3, z_4$  durch  $Z$  schneiden die beiden Geraden  $g$  und  $h$  in je vier Punkten  $G_1, G_2, G_3, G_4$  bzw.  $H_1, H_2, H_3, H_4$  mit der Eigenschaft:

$$DV(G_1, G_2, G_3, G_4) = DV(H_1, H_2, H_3, H_4)$$

- Dualisieren Sie den Satz S und bezeichnen Sie den dualen Satz mit S'.
- Begründen Sie die Gültigkeit der beiden Sätze S und S'.

**H20.** Die Aussage des Satzes von Desargues in Aufgabe **H 10 b)** für den projektiven Raum  $P^3$  gilt auch in der projektiven Ebene  $P^2$ .

- Dualisieren Sie den Satz von Desargues in der projektiven Ebene  $P^2$ .
- Welcher Zusammenhang besteht im  $P^2$  zwischen dem Satz von Desargues und dem zu ihm dualen Satz ?
- Wie kann man die beiden Sätze in  $P^2$  in einem Satz zusammenfassen ?

**Abgabetermin:** Mittwoch, 12. Januar 2011, in der Übung