Technische Universität München
Zentrum Mathematik
Prof. J. Hartl, Dr. H. Vogel

Geometrie 1 für das Lehramt an beruflichen Schulen

Euklidische Strenge

Tutoraufgaben:

T4. Das 3. Postulat im ersten Buch der Elemente von Euklid ist so zu verstehen, dass man mit jedem gegebenen Punkt als Mittelpunkt durch jeden gegebenen Punkt einen Kreis zeichnen kann. Es bedeutet nicht, dass man an einer Stelle der Ebene einen Abstand mit dem Zirkel abgreifen kann und mit diesem Abstand als Radius einen Kreis um einen gegebenen Punkt zeichnen kann.

Euklid gibt in § 1 des ersten Buches der Elemente eine Konstruktion an, mit der man über jeder gegebenen Strecke als Seite ein gleichseitiges Dreieck errichten kann.

a) Wie kann man damit die Aufgabe lösen, die sich Euklid in § 2 stellt: "An einem gegebenen Punkte eine einer gegebenen Strecke gleiche Strecke hinzulegen."

b) Wie kann man im Anschluss daran die Aufgabe lösen, die sich Euklid in § 3 stellt: "Wenn zwei ungleiche Strecken gegeben sind, auf der größeren eine der kleineren gleiche Strecke abzutragen."

T5. Euklid zeigt in § 5 des ersten Buches der Elemente, dass im gleichschenkligen Dreieck die Winkel an der Grundlinie einander gleich sind. Wie kann man damit den in § 7 aufgestellten Satz beweisen:

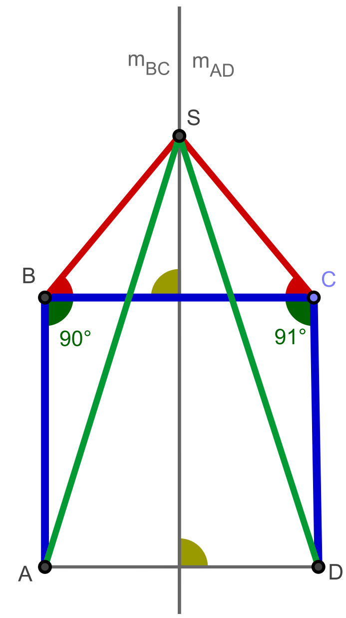
"Es ist nicht möglich, über derselben Strecke zwei weitere Strecken, die zwei festen Strecken entsprechend gleich sind, an denselben Enden wie die ursprünglichen Strecken ansetzend, auf derselben Seite in verschiedenen Punkten zusammenzubringen."

T6. Euklid beweist in § 13 des ersten Buches der Elemente den Satz: "Wenn eine gerade Linie, auf eine gerade Linie gestellt, Winkel bildet, dann muß sie entweder zwei Rechte oder solche, die zusammen zwei Rechten gleich sind, bilden." Wie kann man damit den Satz beweisen, den Euklid in § 15 formuliert:

"Zwei gerade Linien bilden, wenn Sie einander schneiden, Scheitelwinkel, die einander gleich sind."

Hausaufgaben:

H3. **Wo steckt der Fehler ?**



Gegeben sei das Viereck $ABCD$ mit gleichlangen Seiten $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ und den Winkeln $\sphericalangle ABC = 90°$ und $\sphericalangle BCD = 91°$ (vgl. Figur):

Sei $S = m_{BC} \cap m_{AD}$ der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten m_{BC} und m_{AD} über den Strecken $\overline{BC}$ und $\overline{AD}$.

Dann gilt aus Symmetriegründen:
$\overline{BS} = \overline{CS}$, $\overline{AS} = \overline{DS}$ $\Rightarrow$ Die Dreiecke ABS und DCS sind kongruent und $\sphericalangle ABS = \sphericalangle DCS$.
Da das Dreieck BCS gleichschenklig ist, gilt:
$\sphericalangle CBS = \sphericalangle BCS$, woraus $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB$ folgt,

d.h. **90°=91°** !

Hinweis: Obige Argumentation gilt offenbar unabhängig vom Winkel $\sphericalangle BCD \neq 90°$.

H4. In der Ebene seien ein Punkt A und zwei verschiedene Geraden b und c gegeben, wobei A weder auf b noch auf c liegt. Konstruieren Sie ein gleichseitiges Dreieck ABC, das eine Ecke in A und je eine Ecke auf b und c hat. Wieviele Lösungen gibt es, wenn der Winkel zwischen den gegebenen Geraden ungleich 60° ist ?

Anleitung: Man überlege zunächst, auf welcher Linie die dritten Ecken C all jener gleichseitigen Dreiecke liegen, deren eine Ecke in A und deren zweite Ecke B auf b liegen.

Abgabetermin: Mittwoch, 10. November 2010, in der Übung