

**Geometrie**  
**für Geodäsie und Geoinformation**

Vorlesung von

Prof. Dr. Johann Hartl

an der Technischen Universität München  
im Sommersemester 2015

Kleine Vorlesung:

3 Semesterwochenstunden

mit integrierten Übungen

eventuell mit zusätzlichen Übungen?

Große Wünsche der Ingenieur fakultät Bau  
Geo Umwelt:

Voraussetzungen für aufbauende Vorlesun-  
gen:

**1.** Das, was man früher in der Schule lern-  
te:

Kegelschnitte

Quadriken

**2..** Differentialgeometrie:

Kurven

Flächen

Krümmungen

Was kann ich machen?

**1. Nur Geometrie!**

Die Numerik macht "der Computer".

**2. Kaum Beweise!**

Vieles werde ich nur erzählen, nicht beweisen.

**3. Fast alles vereinfacht!**

Rechnungen in der Ebene - im Raum analog.

Wie funktioniert GPS, das Global Positioning System?

Sehr stark vereinfacht:

**Geg.:** Drei Satelliten,  
die Laufzeiten der Funksignale von den  
Satelliten zum Navi.  
Damit die Entfernungen zu den Satelliten.

**Ges.:** Position des Navis

Die Lösung wäre einfach:

Um jeden Satelliten eine Kugel mit gegebenem Radius legen:  $K_1, K_2, K_3$

$K_1 \cap K_2$  ist ein Kreis  $k$

$k \cap K_3$  liefert zwei Punkte  $P_1, P_2$

Ein Punkt scheidet aus, weil er (z.B.) im Weltall liegt

Im anderen Punkt liegt das Navi.

**Aber:** Die Uhr des Navi ist nicht genügend genau.

Das Navi kennt nicht die Laufzeiten,

nur die Laufzeitunterschiede

der Funksignale zu den Satelliten, also

die Entfernungsunterschiede zu den Satelliten.

**Vereinfachtes Problem, geometrischer Kern:**

**Geg.:** Zwei Punkte  $F_1, F_2$ , ein Abstand  $d$ ,

d.h. eine nichtnegative reelle Zahl  $d$ , ein  $d \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ .

**Ges.:** Die Menge aller Punkte, für die die Differenz der Abstände zu  $F_1$  und zu  $F_2$  gleich  $d$  ist, kurz:

$$\{P \in \mathbb{E}^2 : |d(P, F_1) - d(P, F_2)| = d\}$$

(Der Kürze halber schreiben wir  $d(X, Y)$  für den Abstand (die Distanz) zweier Punkte  $X, Y$ .)

Das ist der geometrische Kern eines Teilproblems. Wenn wir dieses Problem gelöst haben, sehen wir weiter.