

Angewandte Geometrie

Ein **Torus** Φ hat in einem geeigneten kartesischen Rechts-Koordinatensystem eine Parameterdarstellung der Gestalt:

$$\vec{x}(u, v) = R \begin{pmatrix} \cos u \\ \sin u \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} \cos v \cos u \\ \cos v \sin u \\ \sin v \end{pmatrix}.$$

Dabei sind R und r echt positive reelle Zahlen. Ist $R > r$, so ist Φ ein **Ringtorus**, ist $R = r$, so ist Φ ein **Dorntorus**, und für $R < r$ ist Φ ein **Spindeltorus**.

- a) Geben Sie eine Möglichkeit zur Wahl des Parametergebiets G an, die geeignet ist zur Berechnung der Oberfläche von Φ ?

Im folgenden sei Φ der Einfachheit halber ein Ringtorus.

- b) Für welche Punkte von Φ verschwindet die Gaußsche Krümmung K von Φ ?
- c) Berechnen Sie die Oberfläche O_1 desjenigen Teils Φ_1 von Φ , für den die Gaußsche Krümmung K positiv ist und die Oberfläche O_2 desjenigen Teils Φ_2 von Φ , für den die Gaußsche Krümmung K negativ ist.
- d) Geben Sie die Oberfläche O von Φ an.