

Angewandte Geometrie

1. Gegeben sei bezüglich homogener Koordinaten in einem n -dimensionalen projektiv erweiterten affinen Raum P^n eine Hyperebene H^{n-1} durch ihre Gleichung

$$\vec{u}^T \vec{x} = 0$$

sowie ein Punkt $Z(\vec{z}) \in P^n \setminus H^{n-1}$.

- a) Man beschreibe die Zentralprojektion aus dem Zentrum Z auf die Hyperebene H^{n-1} , die jedem Punkt $X(\vec{x}) \in P^n \setminus \{Z\}$ einen Bildpunkt $Y(\vec{y}) \in H^{n-1}$ zuordnet, durch eine Gleichung der Gestalt

$$\vec{y} = f(\vec{x}) = A\vec{x}$$

mit einer $(n+1, n+1)$ -Matrix A , die nicht von \vec{x} abhängt. Dabei rechne man möglichst ohne Divisionen.

- b) Was ist $A\vec{z}$?
c) Was ist $A\vec{x}$, wenn $X \in H^{n-1}$?

2. Eine allgemeine Kegelschnittgleichung in einer affinen Ebene hat die Gestalt:

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{01}x + 2a_{02}y + a_{00} = 0. \quad (*)$$

Dabei ist $(a_{11}, a_{12}, a_{22}) \neq (0, 0, 0)$.

- a) Schreiben Sie die Kegelschnittgleichung in homogenen Koordinaten $\vec{x} = (x_0, x_1, x_2)^T$ in Matrixform in der Gestalt

$$\vec{x}^T A \vec{x} = 0.$$

Geben Sie dazu A explizit an.

- b) Ein Kegelschnitt k in einer projektiv erweiterten affinen Ebene P^2 sei gegeben durch die Gleichung

$$k : \vec{x}^T A \vec{x} = 0 \quad \text{mit } A \neq O, A^T = A.$$

Sei $P(\vec{p})$ ein Punkt von k , also $\vec{p}^T A \vec{p} = 0$, so dass zusätzlich gilt $\vec{p}^T A \neq \vec{0}^T$ und mit der Eigenschaft, dass es durch P keine Gerade gibt, die ganz auf k liegt. Zeigen Sie: Der Kegelschnitt k besitzt in P genau eine Tangente g , und diese hat die Gleichung

$$g : \vec{p}^T A \vec{x} = 0.$$

Genauer: Durch den Punkt P gibt es genau eine Gerade g , für die gilt: g hat mit k genau den einen Punkt P und keinen weiteren Punkt gemeinsam.

c) Eine Hyperbel h in einer affinen Ebene A^2 sei gegeben durch die Gleichung

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

mit $a, b > 0$. Sie hat die beiden Asymptoten $a_1 : bx = ay$ und $a_2 : bx = -ay$.

- c₁) Geben Sie die Gleichung von h in homogenen Koordinaten an.
- c₂) Geben Sie die Gleichung eines Kegelschnitts h_p in der projektiv erweiterten affinen Ebene P^2 in homogenen Koordinaten an, für den gilt: $h \subset h_p$.
- c₃) Ermitteln Sie die Fernpunkte H_1, H_2 von h_p .
- c₄) Ermitteln Sie jeweils eine Gleichung der Tangente g_{1p}, g_{2p} von h_p in jedem der Fernpunkte H_1, H_2 .
- c₅) Ermitteln Sie jeweils eine Gleichung der affinen Geraden $g_i := g_{ip} \cap A^2$ in inhomogenen Koordinaten ($i = 1, 2$).

Bologna-Prozess: KMK zieht positive Zwischenbilanz

Die Kultusministerkonferenz (KMK) zieht eine positive Zwischenbilanz des Bologna-Prozesses, sieht aber auch Weiterentwicklungsbedarf. Inzwischen seien 82 Prozent des Studienangebotes auf die gestufte Struktur umgestellt, die Auslandsmobilität deutscher Studierender sei gestiegen und der Bachelorabschluss auf dem Arbeitsmarkt akzeptiert. Fortschritte bei der Studierbarkeit der neuen Studiengänge seien durch Reduzierungen der Prüfungsdichte, durch Anpassungen im Akkreditierungssystem und durch flexiblere Strukturvorgaben insbesondere beim Masterzugang erzielt worden. Als weiterhin bestehende Aufgaben benennt die KMK "die Weiterentwicklung des Akkreditierungssystems", die Stärkung der Bedeutung und Qualität der Lehre sowie weitere Verbesserungen bei der Anerkennung von Studienleistungen.

Zitiert nach dem Newsletter 03/2011 des Deutschen Hochschulverbandes

Ranking: LMU renommierteste deutsche Universität

Die Ludwig-Maximilians-Universität München (LMU) zählt laut einem "Reputationsranking" des Magazins "Times Higher Education" zu den angesehensten Universitäten der Welt. Die LMU landet in dem Weltranking auf dem 48. Platz. Unter die Rangliste der besten hundert Universitäten kamen auch die TU München (Ranggruppe 61-70), die Humboldt-Universität zu Berlin (Ranggruppe 71-80) und die Universität Heidelberg (Ranggruppe 81-90). Die meisten Spitzenuniversitäten befinden sich in den USA. Weltweit führend ist die Harvard University, gefolgt von dem California Institute of Technology und dem Massachusetts Institute of Technology auf den Plätzen zwei und drei. Für das Ranking wurden 13.000 Akademiker aus mehr als 130 Ländern befragt.

Zitiert nach dem Newsletter 03/2011 des Deutschen Hochschulverbandes