



— Präsenzaufgaben —

Aufgabe 16. Dualisieren und Doppelverhältnis.

Es gilt der folgende Satz:

Gegeben seien zwei verschiedenen Geraden g und h in der reellen projektiven Ebene \mathbb{RP}^2 und ein Punkt Z , der weder auf g noch auf h liege. Dann gilt: Vier paarweise verschiedene Geraden z_1, z_2, z_3, z_4 durch den Punkt Z schneiden die beiden Geraden g bzw. h in je vier Punkten G_1, G_2, G_3, G_4 bzw. H_1, H_2, H_3, H_4 , und für die beiden Doppelverhältnisse $(G_1, G_2; G_3, G_4)$ und $(H_1, H_2; H_3, H_4)$ gilt $(G_1, G_2; G_3, G_4) = (H_1, H_2; H_3, H_4)$.

- Fertigen Sie eine Skizze zu diesem Satz an.
- Dualisieren Sie diesen Satz.
- Beweisen Sie diesen Satz.

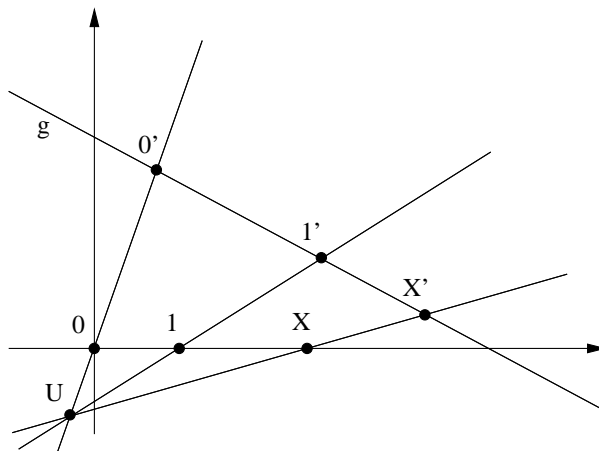
Aufgabe 17. Doppelverhältnis.

- Gegeben seien 5 Punkte $x, y, a, b, c \in \mathbb{R}^2$. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den drei Doppelverhältnissen $(x, y; a, b)$, $(x, y; b, c)$ und $(x, y; a, c)$?
- Finden Sie weitere Zusammenhänge.

— Hausaufgaben —

Aufgabe 18. Projektionen und Projektive Transformationen.

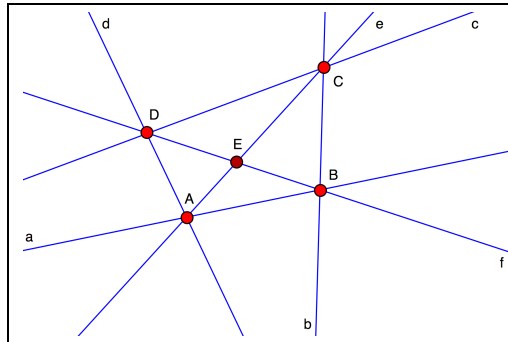
Im \mathbb{R}^2 seien folgende Punkte und Geraden gegeben: $\mathbf{0}$ sei der Nullpunkt, $\mathbf{1} = (1, 0)$, $\mathbf{X} = (x_X, 0)$, weiterhin sei g eine Gerade durch die beiden Punkte $\mathbf{0}' = (0_x, 0_y)$ und $\mathbf{1}' = (1_x, 1_y)$. Die Geraden durch $(\mathbf{0}$ und $\mathbf{0}'$) sowie durch $(\mathbf{1}$ und $\mathbf{1}')$ schneiden sich im Punkt \mathbf{U} . \mathbf{X}' sei der Schnittpunkt der Gerade durch $(\mathbf{U}$ und $\mathbf{X})$ mit g , d.h. \mathbf{X}' ist die Projektion von \mathbf{X} auf g .



- Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes \mathbf{X}' in \mathbb{R}^2 .
- Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes \mathbf{X}' auf g , d.h. die Koeffizienten μ und λ in $\mathbf{X}' = \mu\mathbf{0}' + \lambda\mathbf{1}'$. Was ist die Bedeutung von λ ? Wie kann λ als Funktion von \mathbf{X}_x ausgedrückt werden?
- Was hat dies mit projektiven Transformationen zu tun?

Aufgabe 19. Dualisieren.

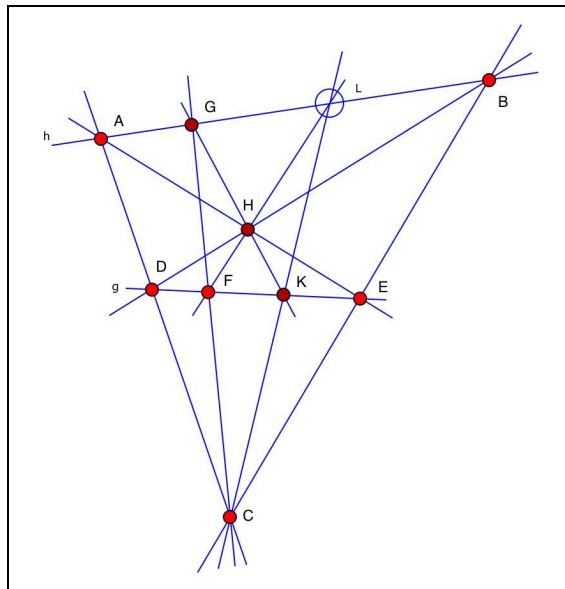
Dualisieren Sie folgende geometrische Situation ("Die Diagonalen in einem Viereck schneiden sich."):



Aufgabe 20. Doppelverhältnis.

Formulieren Sie die beiden folgenden Inzidenzsätze (Kringel) und beweisen Sie diese mit Hilfe von Doppelverhältnissen:

a)



b)

