TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Zentrum Mathematik

PROF. DR.DR. JÜRGEN RICHTER-GEBERT, DR. HERMANN VOGEL, PETER LEBMEIR

Lineare Algebra und analytische Geometrie 2 (SS 2006)
— Aufgabenblatt 11 (13. Juli 2006) —

— *Präsenzaufgaben* —

Z 75. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichungssysteme

1. $\dot{x} = Zx$ mit $Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;

2. $\dot{x} = Nx$ mit $N = \begin{pmatrix} 12 & 20 & -2 & -10 \\ -3 & -4 & 1 & -1 \\ 9 & 14 & -2 & -4 \\ 3 & 6 & 0 & -6 \end{pmatrix}$.

P 76. Verifizieren Sie, dass sich jedes Polynom $p \in \mathbb{R}[x]$ der Form $p(x) = x^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i$ $(1 \leq n)$ mit Hilfe eines charakteristischen Polynoms $\chi_A(x)$ schreiben lässt als $p(x) = (-1)^n \chi_A(x)$. Dabei bezeichnet A eine Matrix der Gestalt:

$$A = \left(\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ \vdots & & E_{n-1} & \\ 0 & & & \\ \hline -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-1} \end{array} \right)$$

P 77. Geben Sie die allgemeine Lösung für die homogene lineare Differentialgleichung dritter Ordnung mit konstanten Koeffizienten $x''' - 3x'' + 3x' - 1x = 0$ an.
Hinweis: P 76 kann hilfreich sein.

— *Hausaufgaben* —

H 78. Zeigen Sie, dass für eine obere Dreiecks-Block-Matrix mit quadratischen Matrizen $T_{ii} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ und rechteckigen Matrizen $T_{ij} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_j}$ als Blöcken gilt:

$$det(T) = det \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1k} \\ & T_{22} & & T_{2k} \\ & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & & & T_{kk} \end{pmatrix} = \prod_{i=1}^{n} det(T_{ii})$$

Zusatz: Gilt für quadratische Matrizen A, B, C und D die folgende Formel?

$$det \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \stackrel{?}{=} det(A) \cdot det(D) - det(B) \cdot det(C)$$

H 79. Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

mit den charakteristischen Polynomen $\chi_A(\lambda) = (2-\lambda)^2 \cdot (1-\lambda)^3$ und $\chi_B = (3-\lambda)^5$.
Bestimmen Sie die Jordan-Normalform von A und B und geben Sie die jeweils zugehörige Transformation an.

H 80. Geben Sie die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems $\dot{y} = Ay$ mit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ an.

Abgabetermin ist der 20.07.2006 bis 12 Uhr im Briefkasten.

— *Informationen* —

- Die Semestralprüfung zu dieser Vorlesung findet am Mittwoch, den 26.07.2006, um 16:15 Uhr in MW 0001, MW 2001 statt.
- Um sicher zu stellen, dass Sie eine Sitzplatz bei der Klausur haben, melden Sie sich bis 20.07.2006 unter https://www-m10.ma.tum.de/klausuranmeldung an. Bei dieser Anmeldung entstehen Ihnen keinerlei Nachteile.
- Die Zuordnung, wer in welchem Raum schreibt, wird auf der linearen Algebra Homepage veröffentlicht.
- Zulässige Hilfsmittel sind: Stifte (**kein** Rot, **kein** Grün, **kein** Tintenkiller, **kein** Tipex), Lineal/Geodreieck und **ein** selbst erstelltes DIN A4 Blatt (evtl. beidseitig beschrieben)
  Insbesondere sind Taschenrechner, Handies, Laptops **nicht** erlaubt.
- Rucksäcke sind beim Betreten des Klausurraums unten vor der Tafel (mit abgeschaltetem Handy) abzustellen.