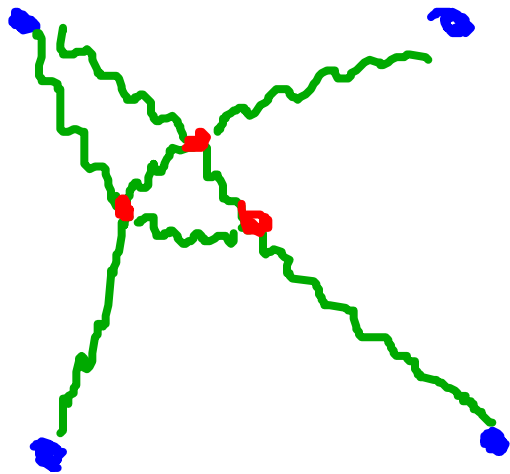
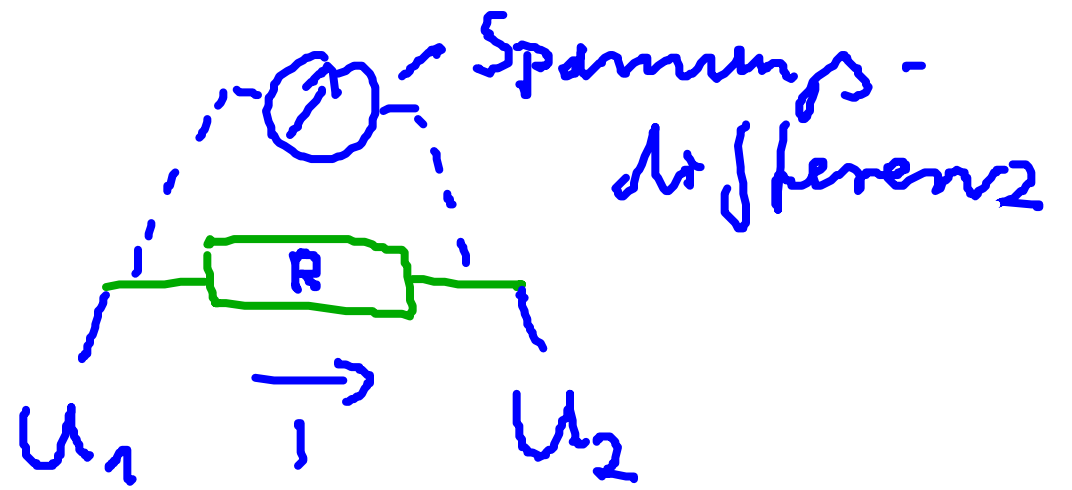


Feder netzwerke:

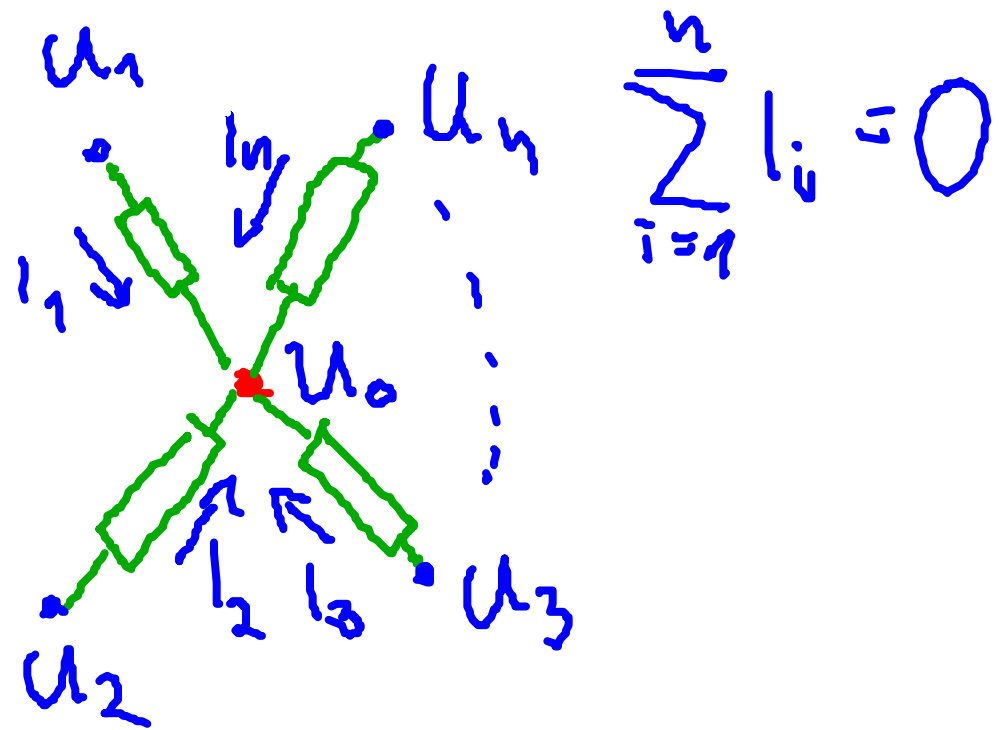
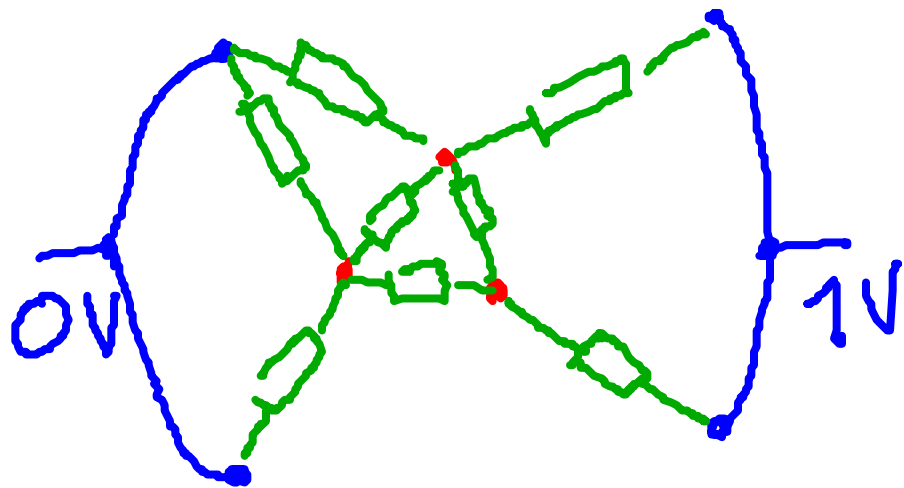


→ lineares Gleichungssystem



$$(U_2 - U_1) = R I$$

Widerstandsnetze



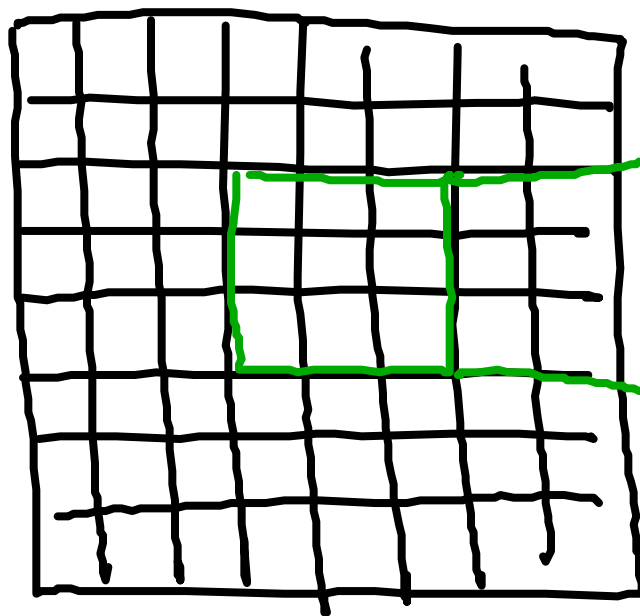
$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

$$\sum \frac{1}{R} (U_i - U_0) = 0$$

Gleichgewichtsbed.

3. Beispiel

Pixelbild



Weichzeichner:

1	1	1
1	4	1
1	1	1

New
Pixel

Ersetze jeden Pixel durch gewichtetes Mittel der umliegenden Pixel

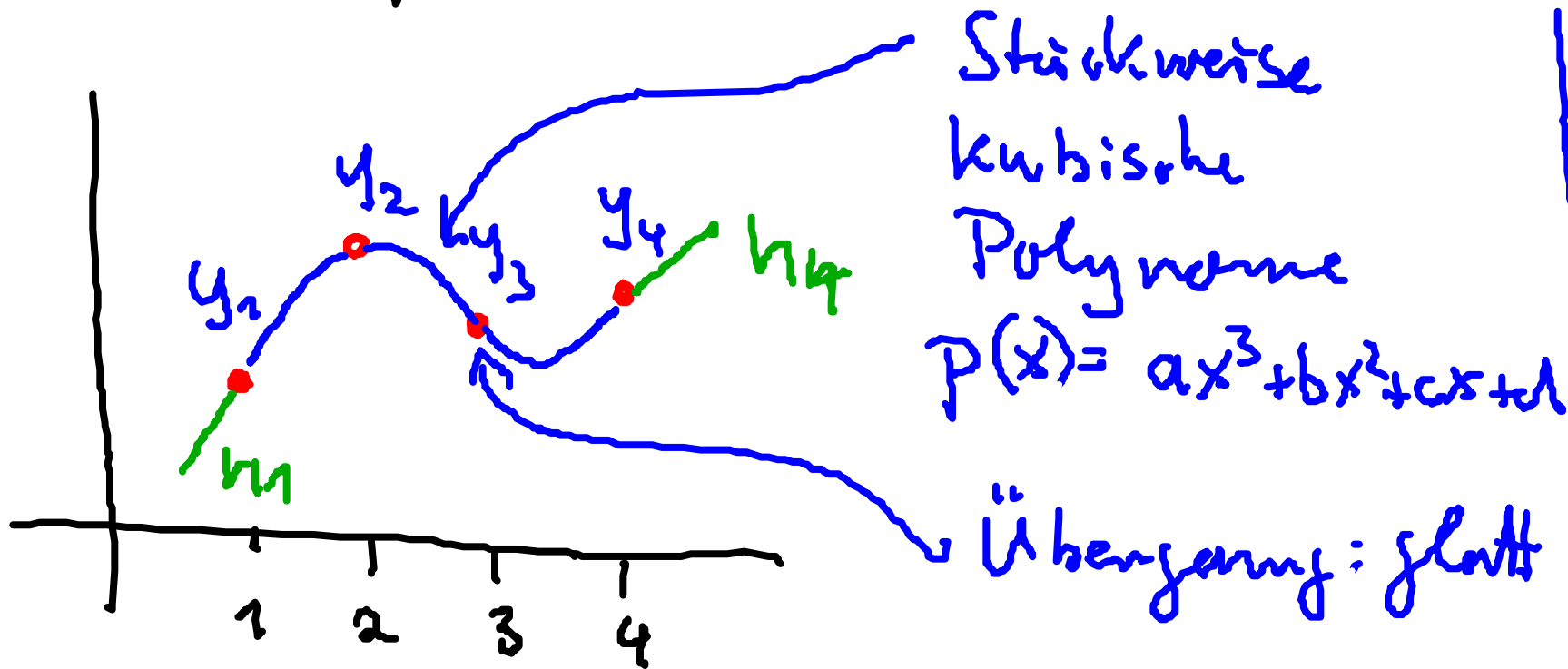
Jeder Pixel entspricht bei Schwarzweißbild einer reellen Zahl.

$$\frac{1}{12} \sum 4P_{00} + P_{10} + P_{11} + P_{01} + P_{-10} + \dots$$

Scharfzeichner mit Gewichten:

-1	-1	1
-1	20	1
-1	-1	-1

4. Beispiel: Interpolation mit glatten Kurvenstücken



$$P_1(1) = y_1 = a_1 + b_1 + c_1 + d_1$$

$$P_1(2) = y_2 = 8a_1 + 4b_1 + 2c_1 + d_1$$

$$P_2(2) = y_2 =$$

$$P_1'(1) = \underline{h_1} = 3a_1 + 2b_1 + c_1$$

⋮

$$P_1'(2) = P_2'(2)$$

$$\begin{aligned} &\hookrightarrow 3a_1 \cdot 4 + 2b_1 \cdot 2 + c_1 \\ &= 3a_2 \cdot 4 + 2b_2 \cdot 2 + c_2 \end{aligned}$$

Alles lineare
 fgl. in Parameter

Gesucht: $P_1(x) = a_1x^3 + b_1x^2 + c_1x + d_1$

$$P_2(x) = a_2x^3 + b_2x^2 + c_2x + d_2$$

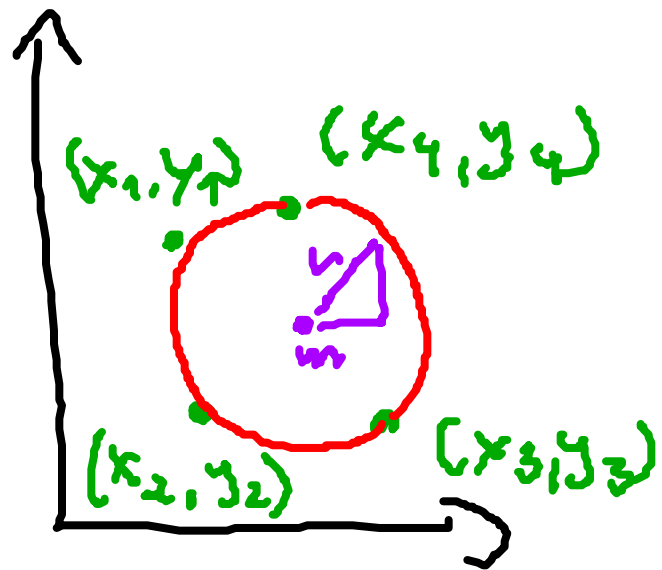
$$P_3(x) = a_3x^3 + b_3x^2 + c_3x + d_3$$

Ableitungen: $P_1'(x) = 3a_1x^2 + 2b_1x + c_1$

$$P_2'(x) = 3a_2x^2 + 2b_2x + c_2$$

$$P_3'(x) = 3a_3x^2 + 2b_3x + c_3$$

Beispiel 5: Wann liegen 4 Punkte in der Ebene gemeinsam auf einem Kreis?



$$K = \{ (x, y) \mid \text{abst}((x_m, y_m), (x, y)) = r \}$$

$$= \{ (x, y) \mid \underbrace{(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 = r^2}_{\text{Quadratisch}} \}$$

4 Punkte liegen auf Kreis wenn

$$\begin{pmatrix} x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 + y_4^2 & x_4 & y_4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

lösbar ist.

$$0 = (x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 - r^2$$

$$= (x^2 + y^2) - \underbrace{2x_m x}_a - \underbrace{2y_m y}_b + \underbrace{x_m^2 + y_m^2 - r^2}_c$$

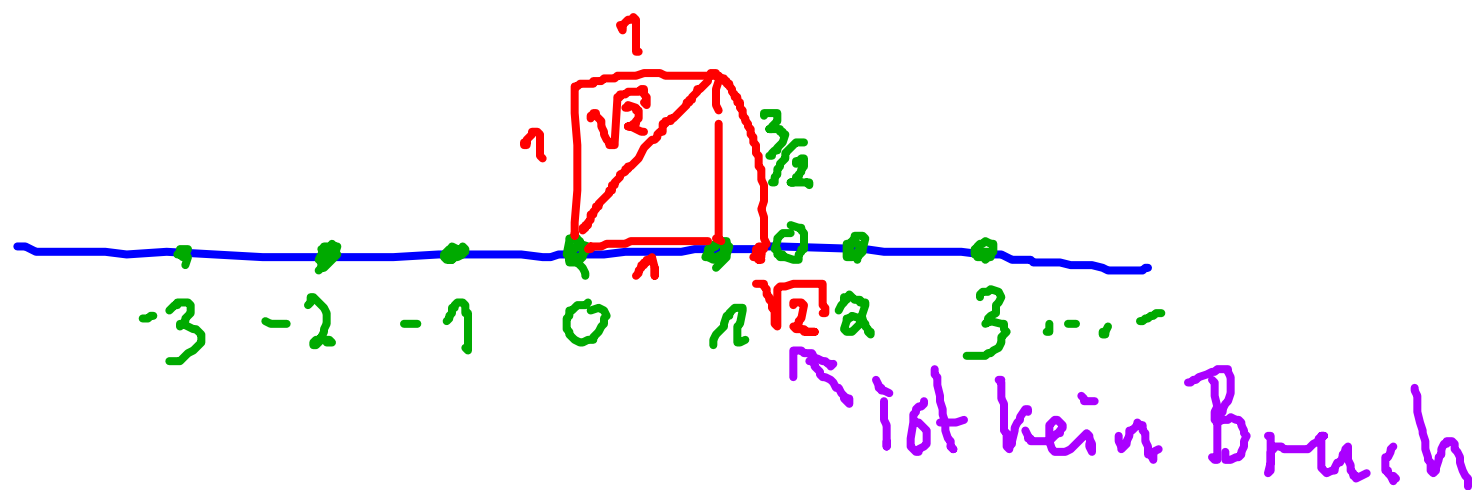
$$= 1 \cdot (x^2 + y^2) + ax + by + c$$

Zahlenbereiche für konkrete Beispiele

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ natürliche Zahlen

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ ganze Zahlen

$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N} - \{0\}\}$ rationale Zahlen



$\mathbb{R} =$ alle Zahlen auf dem Zahlenstrahl. (reelle Zahlen)
siehe Analysis

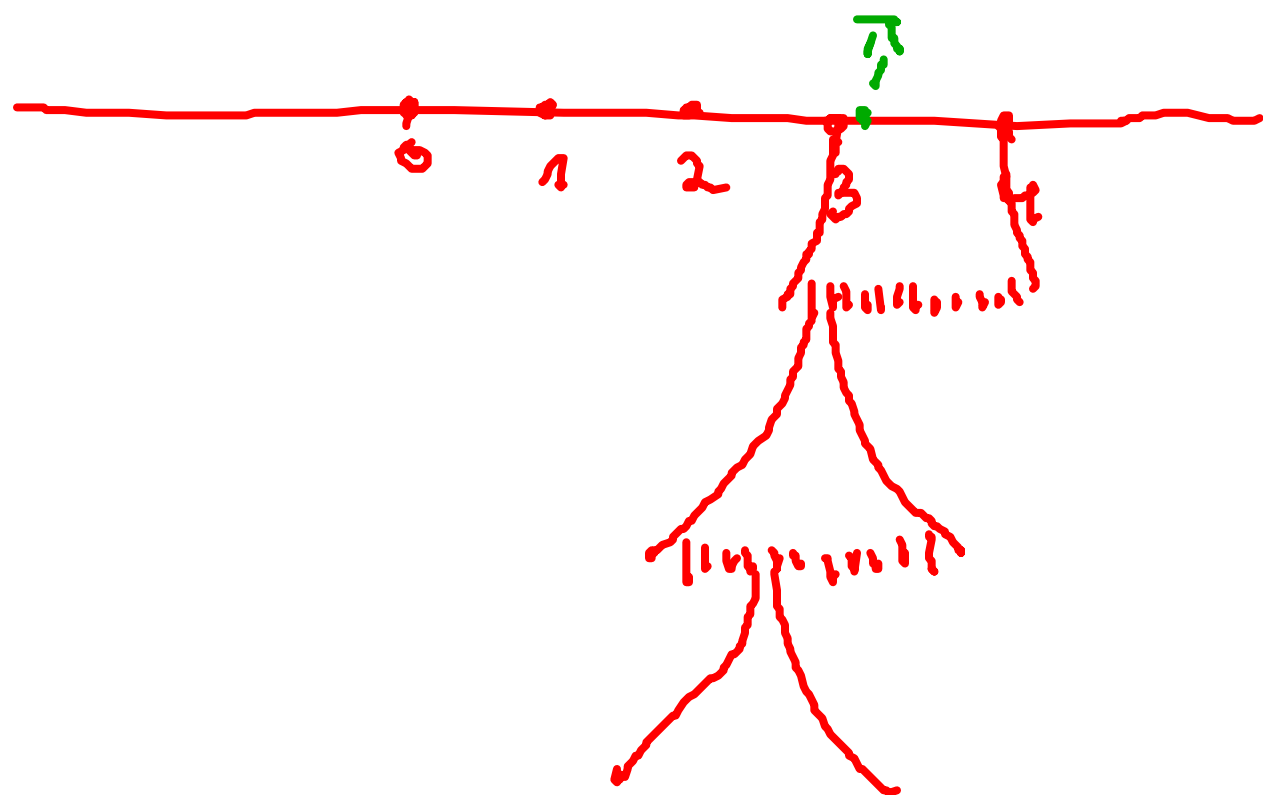
Einschub Dezimalschreibweise:

$$\left. \begin{array}{l} 3/8 = 3:8 = 0,375 \\ 3/11 = 3:11 = 0,\overline{27} \end{array} \right\} \leftarrow \text{abbrechenden Dezbruch}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3/8 = 3:8 = 0,375 \\ 3/11 = 3:11 = 0,\overline{27} \end{array} \right\} \leftarrow \text{Periodischen Dezbruch}$$

Brüche

$$\pi = 3,1415926,\dots \leftarrow \text{nicht periodische Dezimalzahl}$$



Komplexe Zahlen

$$\mathbb{C} = \{a + ib \mid a, b \in \mathbb{R}\}$$

i ist ein neues Symbol mit
den Eigenschaft $i^2 = -1$ $i \notin \mathbb{R}$

