TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Zentrum Mathematik

PROF. DR.DR. JÜRGEN RICHTER-GEBERT, DR. HERMANN VOGEL

Lineare Algebra und analytische Geometrie 1 & Mathematik für Physiker 1 (WS 2007/08)

— Aufgabenblatt 13 (4. Februar 2008) —

— Präsenzaufgaben —

P 100. Berechnen Sie das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und die Eigenvektoren der reellen Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B := \begin{pmatrix} 5 & -5 & 7 \\ -4 & 3 & -5 \\ -7 & 4 & -8 \end{pmatrix}.$$

P 101. Eine $3 \times 3-$Matrix $A = (a_{ik}) \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ habe die Eigenwerte $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$.

1. Zeigen Sie, dass die Summe der Eigenwerte von A gleich der Spur von A ist mit $spur(A) := a_{11} + a_{22} + a_{33}$ und dass das Produkt der Eigenwerte von A gleich der Determinante von A ist.
2. Welche Folgerungen ergeben sich aus $det(A) = 0$ und $spur(A) = 0$ für die Eigenwerte und den Kern von A.

P 102. Subdivision-Curves

Bei Subdivision-Curves geht man von einem Kontrollpolygon $A_1, \cdots, A_n, n \in \mathbb{N}$ aus und ersetzt die n Punkte sukzessive durch folgende $2n$ Punkte

$$A'_{2i-1} = \frac{1}{2}A_i + \frac{1}{2}A_{i+1} \quad \text{und} \quad A'_{2i} = \frac{1}{8}A_i + \frac{3}{4}A_{i+1} + \frac{1}{8}A_{i+2}\ ,\ 1 \le i \le n$$

Dabei setzt man $A_{n+1} = A_1$ und $A_{n+2} = A_2$, um geschlossene Kurven zu bekommen.

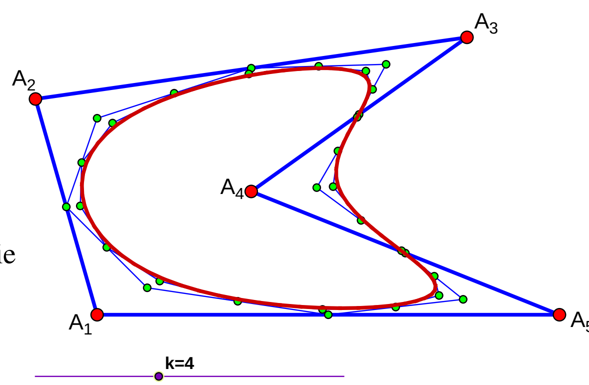
Zeigen Sie, dass die Punkte $A_1^{(k)}, A_2^{(k)}, A_3^{(k)}$ des k-ten Schrittes für $k \to \infty$ gegen einen gemeinsamen Punkt P streben.

Bestimmen Sie dazu das charakteristische Polynom, die Eigenwerte

und Eigenvektoren der Matrix $S = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{4} & \frac{1}{8} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Zu welcher Diagonalmatrix D ist die Matrix S ähnlich ? Geben Sie insbesondere die Transformationsmatrix T an mit $T^{-1}ST = D$.

Wie erhält man daraus $A_i^{(k)}$ und $\lim\limits_{k\to\infty} A_i^{(k)}$ für $1 \le i \le 3$?



— Informationen —

- Die Hausaufgabengruppe HG2 findet am Montag, den 4. Februar 2008 im Raum 02.06.051 statt.
- In der Woche vom 11. - 15. Februar 2008 werden alle Hausaufgabengruppen angeboten. Nutzen Sie die Chance, bei der Klausurvorbereitung zu allen Aufgaben der Linearen Algebra nachfragen zu können.
- Vergessen Sie nicht, sich zur Klausur am 18. Februar 2008 über die Homepage an zu melden.
- Zur Klausur bitte den Studentenausweis und einen gültigen Lichtbildausweis mitbringen.
  Die genau Hörsaaleinteilung für die Prüfung finden Sie ab 13. Februar auf der Homepage.