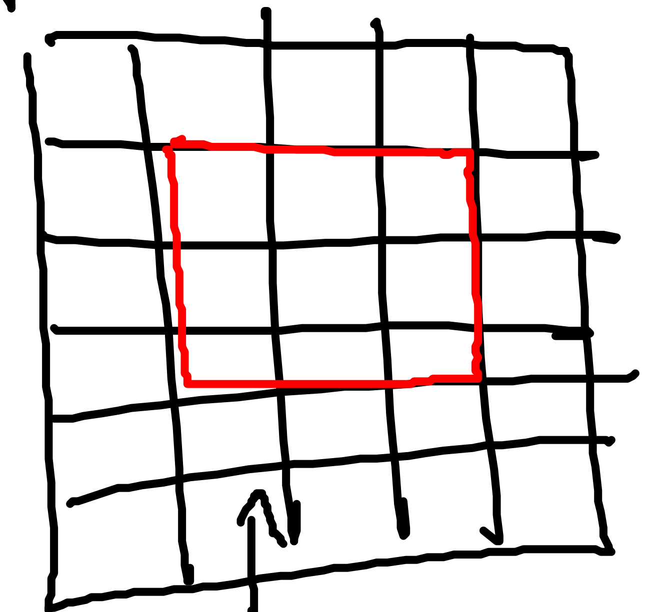
3. Beispiel: Weichzeichner

Pixelbild



Wert aus $\mathbb{R}$

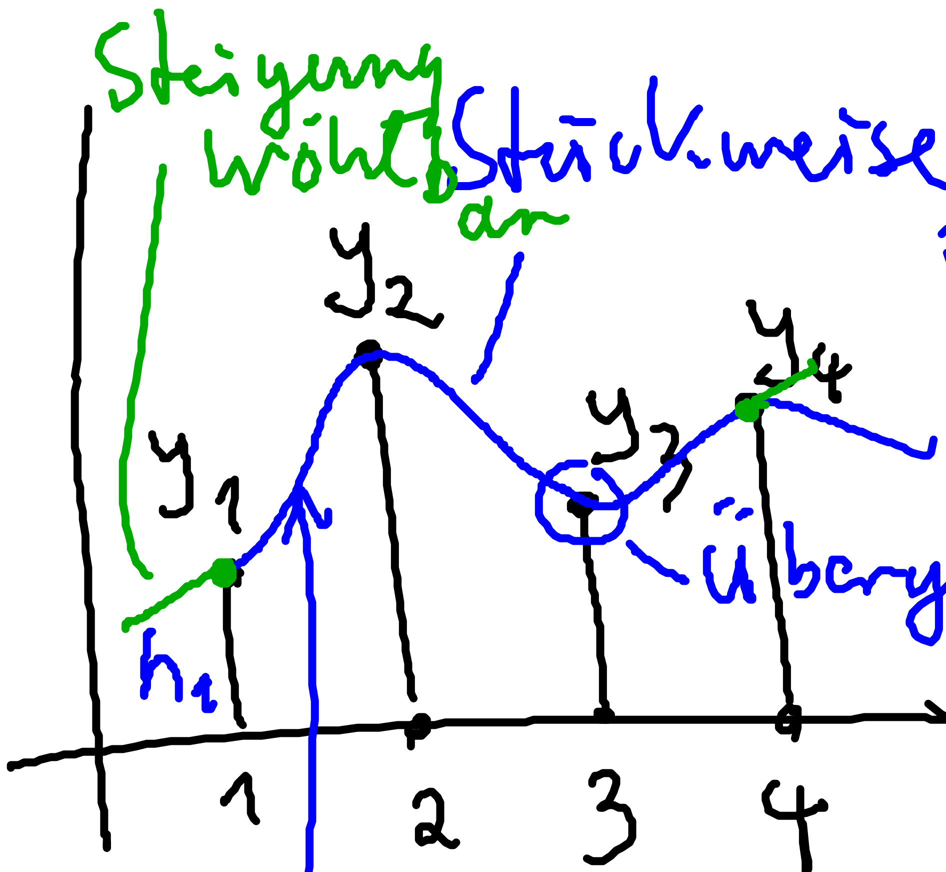
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \div 12$$

lineare Abbildung

1

$$\begin{pmatrix} -4 & -4 & -4 \\ -4 & 9 & -4 \\ -4 & -4 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Beispiel: Glatte Kurven (Interpolation)



Stückweise kubische Polynome

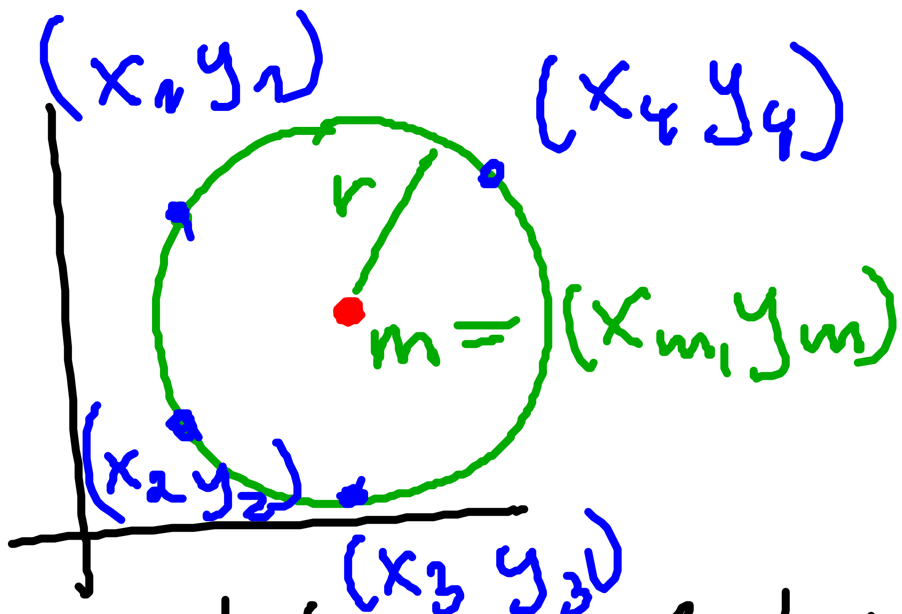
$$P_1(x) = a_1x^3 + b_1x^2 + c_1x + d_1$$
$$P_2(x) = a_2x^3 + b_2x^2 + c_2x + d_2$$
$$\vdots$$
$$P_1'(x) = 3a_1x^2 + 2b_1x + c_1$$
$$P_2'(x) = 3a_2x^2 + 2b_2x + c_2$$
$$\vdots$$

$$P_1(1) = y_1 = a_1 + b_1 + c_1 + d_1$$
$$P_1(2) = y_2 = 8a_1 + 4b_1 + 2c_1 + d_1$$
$$P_2(2) = y_2 = \quad \vdots$$
$$\vdots$$
$$P_1'(1) = h_1 = 3a_1 + 2b_1 + c_1$$
$$P_1'(2) = P_2'(2)$$
$$12a_1 + 4b_1 + c_1 =$$
$$12a_2 + 4b_2 + c_2$$
$$\vdots$$

5. Beispiel

„Wann liegen 4 Punkte gemeinsam auf Kreis?"

Kreis:



$$K = \{(x,y) \mid \text{abst}((x_m,y_m),(x,y)) = r\}$$

$$= \{(x,y) \mid \underbrace{(x-x_m)^2+(y-y_m)^2 = r^2}_{\text{Quadratische Gleichung}}\}$$

Vier Pkte auf Kreis $\Leftrightarrow$ lösbar

$$\begin{pmatrix} x_1^2+y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2+y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2+y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2+y_4^2 & x_4 & y_4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(x-x_m)^2+(y-y_m)^2-r^2$$

$$= (x^2+y^2)\underbrace{-2x_m}_{a}x\underbrace{-2y_m}_{b}y+\underbrace{x_m^2+y_m^2-r^2}_{c}$$

$$1\cdot(x^2+y^2)+a\cdot x+b\cdot y+c=0$$

1. Womit Sie rechnen können

(Zahlen, Operatoren und ihre Eigenschaften)

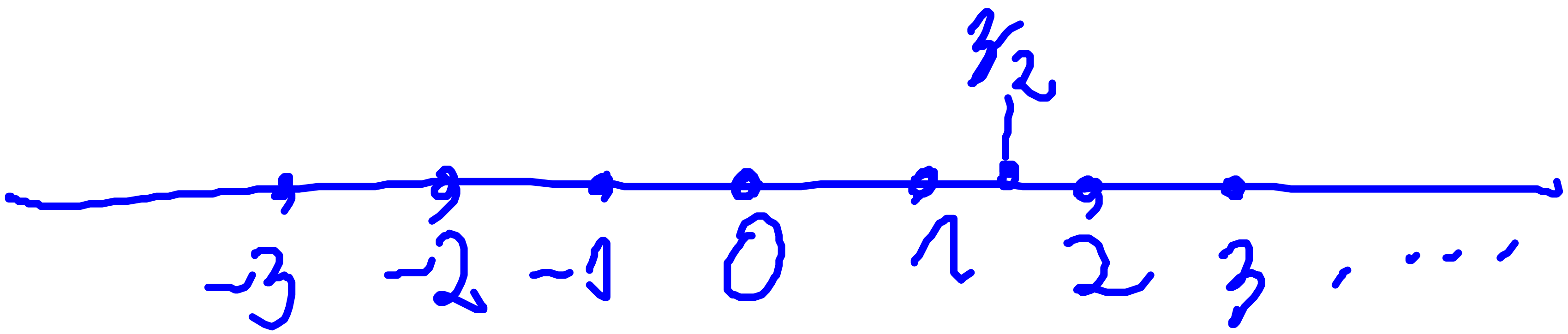
Zahlen:

natürliche Zahlen: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

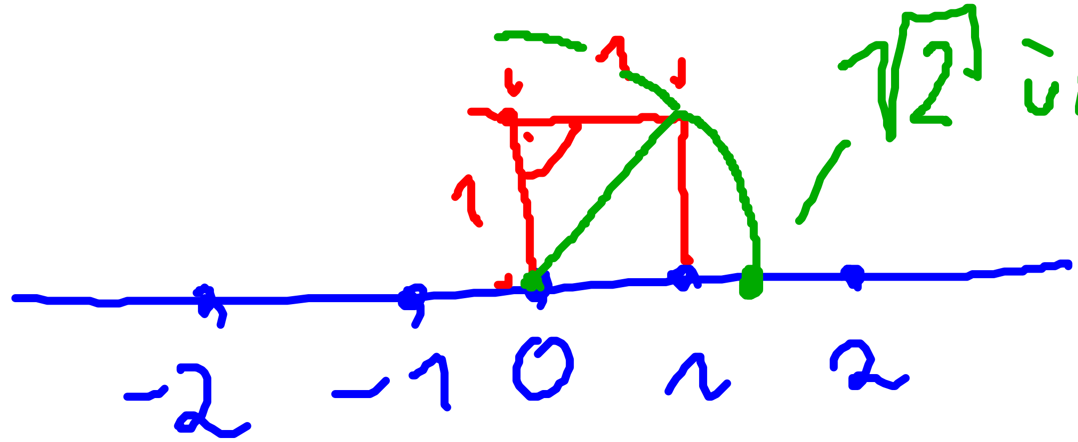
ganze Zahlen: $\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2 \ldots\}$

rationale Zahlen: $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N} - \{0\}\right\}$

$\frac{3}{5}$ $\quad -\frac{6}{10}$



Reelle Zahlen: $\mathbb{R}$ = alle Zahlen auf dem Zahlenstrahl $\Leftarrow$ Analysis



$\sqrt{2}$ ist nicht als Bruch darstellbar

$\sqrt{3}, \pi, e$

Komplexe Zahlen: $\mathbb{C} = \{a + i \cdot b \mid a, b \in \mathbb{R}\}$

i ist ein neues Symbol mit $i \cdot i = -1$

$\sqrt{-1} = \pm i$

$\sqrt{-4} = \pm 2i$

$(2 \cdot i) \cdot (2 \cdot i)$

$4 \cdot i \cdot i = 4(-1) =$

-4

Dezimalschreibweise für rationale Zahlen

$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$

$$\begin{array}{l} 30 \\ 24 \\ \hline \ \ 60 \\ \ \ 56 \\ \hline \ \ \ \ 40 \end{array}$$

$\frac{3}{11} = 3 : 11 = 0{,}27\overline{27}$

$$\begin{array}{l} 30 \\ 22 \\ \hline \ \ 80 \\ \ \ 77 \\ \hline \ \ \ \ 30 \\ \ \ \ \ 22 \\ \hline \ \ \ \ \ \ 80 \end{array}$$

periodischer Dez.bruch

Operationen: $+, -, \cdot, \div, \sqrt{}, \sin(\ldots), \ldots$

Verknüpfen Zahlen und geben Zahlen zurück.

$+, -, \cdot, \div$ zweistellige Operatoren

$-, \sqrt{}, \sin(\ldots)$ einstellige Operatoren

einstelliges „$-$" -5

Eine Menge M heißt abgeschlossen bzgl. eines zweistelligen Operators „$\circ$" wenn für $a \in M$, $b \in M$ auch $a \circ b \in M$ gilt.

Analoge Def für einstellige Op.

	$+$	$-$	$\cdot$	$\div$	$\sqrt{}$	$\sin(..)$
$\mathbb{N}$	✓	$8-9$	✓	$3/7$	$\sqrt{2}$	$\sin(1)$
$\mathbb{Z}$	✓	✓	✓	$3/7$	$\sqrt{2}$	$\sin(1)$
$\mathbb{Q}$	✓	✓	✓	(✓)*	$\sqrt{2}$	$\sin(1)$
$\mathbb{R}$	✓	✓	✓	(✓)*	$\sqrt{-1}$	✓
$\mathbb{C}$	✓	✓	✓	(✓)*	✓	✓

$* \sim$ ohne Null