TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

Zentrum Mathematik

PROF. DR.DR. JÜRGEN RICHTER-GEBERT, DR. HERMANN VOGEL, PETER LEBMEIR

Lineare Algebra und analytische Geometrie 1, Mathematik für Physiker 1 (WS 2005/06)

— Aufgabenblatt 13 (06. Februar 2006) —

— Zentrale Präsenzaufgaben —

Z 101. Berechnen Sie das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und die Eigenvektoren, der reellen Matrizen $A := \begin{pmatrix} 7 & 2 & -10 \\ 4 & 3 & -8 \\ 5 & 2 & -8 \end{pmatrix}$ und $B := \begin{pmatrix} -15 & -8 & 31 \\ -6 & -4 & 14 \\ -9 & -5 & 19 \end{pmatrix}$.

Z 102. Seien $y := (y_1, y_2)$ und $z := (z_1, z_2)$ zwei verschiedene Punkte aus $\mathbb{R}^2$. Zeigen Sie: Die Gerade $g_{yz} = \left\{ x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; det \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & 1 \\ y_1 & y_2 & 1 \\ z_1 & z_2 & 1 \end{pmatrix} = 0 \right\}$ verbindet y mit z.

— Multiple choice - Aufgaben —

M 103. Sei $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ eine Matrix mit reellen Einträgen.

	mindestens	möglicherweise	höchstens	
A hat	☐	☐	☐	einen reellen Eigenwert.
A hat	☐	☐	☐	zwei verschiedene reelle Eigenwerte.
A hat	☐	☐	☐	drei verschiedene reelle Eigenwerte.
A hat	☐	☐	☐	vier verschiedene reelle Eigenwerte.

— Präsenzaufgaben —

P 104. Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ ist die Matrix $\begin{pmatrix} 2-\lambda & 2 & -1 \\ 2 & 1-\lambda & 1 \\ 2 & -1 & 5-\lambda \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ invertierbar und wie hängt diese Matrix mit dem charakteristischen Polynom $\chi_A(\lambda)$ zusammen?

P 105. Eine alte Klausuraufgabe

Sei M die Menge aller reeller invertierbarer 3x3-Matrizen A mit $\det(A) = 1$ oder $\det(A) = -1$, also

$$M = \{A \in \mathbb{R}^{3\times 3} | \; |\det(A)| = 1\}.$$

1. Zeigen Sie, dass $(M, \cdot)$ eine Gruppe ist, wobei „·“die Multiplikation von Matrizen ist. Benutzen Sie die Eigenschaften der Multiplikation von Matrizen sowie die Rechenregeln für Determinanten.
2. Zeigen Sie, dass $\{-1, +1\}$ eine Untergruppe von $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ ist.
3. Zeigen Sie, dass die Abbildung
$$\det : M \to \{-1, +1\}$$
ein Gruppenhomomorphismus ist.

— Informationen —

- Bitte Studentenausweis und amtlichen Lichtbildausweis zur Klausur mitbringen!