Technische Universität München
Zentrum Mathematik
Prof. Dr. Gerd Fischer
Holger Fink (fink@ma.tum.de)

SS 2008
Blatt 8

Einführung in die Stochastik für Lehramt an Gymnasien

Aufgabe 1

Wir haben $k_1, \dots, k_n \in \mathbb{N}_0$ gegeben. Ferner nehmen wir an, dass die k_i Realisierungen von n unabhängigen Poisson-verteilten Zufallsvariablen X_i zur selben Rate $\lambda > 0$ sind, dh. die Wahrscheinlichkeit, genau dieses Ergebnis zu beobachten ist

$$P_\lambda(X_1 = k_1, \dots, X_n = k_n)$$

wobei X_i jeweils Poisson-verteilt zur Rate λ, also $P(X_i = k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$. Bestimmen sie den Maximum-Likelihoodschätzer für λ.

Aufgabe 2

Wir haben erneut $k_1, \dots, k_n \in \mathbb{N}$ gegeben. Diesmal nehmen wir an, dass die k_i Realisierungen von n unabhängigen geometrisch Verteilten Zufalsvariablen X_i zum selben Parameter $\nu \in (0, 1)$ sind, dh. die Wahrscheinlichkeit, genau dieses Ergebnis zu beobachten ist

$$P_\nu(X_1 = k_1, \dots, X_n = k_n)$$

wobei X_i jeweils geometrisch verteilt sind zum Parameter ν. Bestimmen sie den Maximum-Likelihoodschätzer für ν.

Hinweis: Ist X geometrisch verteilt zum Parameter $\nu \in (0, 1)$, so gilt

$$P(X = k) = \nu(1 - \nu)^{k-1}$$

Bemerkungen:

(i) Wenn sie eine positive Funktion f maximieren wollen, so können sie stattdessen auch $\log f$ maximieren.

(ii) Die Unabhänigigkeitsannahmen in obigen Aufgaben sind wesentlich.