Technische Universität München
Zentrum Mathematik
Prof. Dr. Gerd Fischer
Holger Fink (fink@ma.tum.de)

SS 2008
Blatt 6

Einführung in die Stochastik für Lehramt an Gymnasien

Aufgabe 1

Sei $p_n \in [0,1]$, $n \in \mathbb{N}$ eine Folge mit $\lim_{n\to\infty} np_n = \lambda$, wobei $\lambda > 0$. Beweisen sie folgendes Konvergenzverhalten der Binomialverteilung:

$$\forall \quad k \in \mathbb{N} \qquad \lim_{n\to\infty} \mathrm{Bin}(n, p_n)(\{k\}) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$

wobei $\mathrm{Bin}(n, p_n)(\{k\}) = \left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array}\right) p^k(1-p)^{n-k}$. Zeigen sie anschließend, dass $P(k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$, $k \in \mathbb{N}_0$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung definiert.
Hinweis zum ersten Teil: Binomischer Lehrsatz

Aufgabe 2

Zwei Personen wählen unabhängig voneinander rein zufällig je eine natürliche Zahl aus der Menge $\{1, \ldots n\}$.

1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Abstand beider Zahlen (d.h. der Betrag der Differenz beider Zahlen) höchstens $m \in \{0, \ldots, n-1\}$ ist.

2. Berechnen Sie den mittleren Abstand (d.h. den Erwartungswert des Abstandes).