Ein elliptisches Paraboloid Φ im $\mathbb{E}^3$ ist gegeben durch die Gleichung

$$2x^3 = \frac{(x^1)^2}{a^2} + \frac{(x^2)^2}{b^2},$$

wobei a, $b \in \mathbb{R}$ mit $a \geq b > 0$.

a) Man gebe eine Parameterdarstellung x von Φ an.

b) Man ermittle bezüglich dieser Parametrisierung die Koeffizienten der ersten und der zweiten Grundform.

c) Man ermittle für jeden Tangentialvektor a von Φ in einem Flächenpunkt $(x, (u^1, u^2))$ die Normalkrümmung

$$\kappa_n(a) := \frac{II(a)}{I(a)}.$$

d) Man ermittle die beiden Hauptkrümmungen κ_1 und κ_2 als Eigenwerte der Weingarten-Abbildung.

e) Man ermittle die Nabelpunkte von Φ, also die Punkte von Φ, in denen sämtliche Hauptkrümmungen übereinstimmen.

Man muss alles so einfach machen wie möglich, aber nicht einfacher.

Albert Einstein